

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»
Филиал ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» в г. Волжском

Направление подготовки: 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

Наименование образовательной программы: Экономика и инвестиции в электроэнергетике

Уровень образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Рабочая программа дисциплины
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Блок	Блок 1 «Дисциплины (модули)»
Часть образовательной программы	Обязательная
Индекс дисциплины по учебному плану	Б1.О.28
Трудоемкость в зачетных единицах	5 семестр – 3
Часов (всего) по учебному плану	108
Лекции	5 семестр – 16 часов
Практические занятия	5 семестр – 16 часов
Лабораторные работы	учебным планом не предусмотрены
Консультации по курсовому проекту/ работе	учебным планом не предусмотрены
Самостоятельная работа	5 семестр – 58 часов
Промежуточная аттестация: зачет с оценкой	5 семестр – 0,3 часа
Контроль: зачет с оценкой	5 семестр – 17,7 часа

ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:

Доцент кафедры ФД, к.п.н., доцент
(должность, ученая степень, ученое звание)


(подпись)

Л.Г. Устинова
(расшифровка подписи)

Заведующий кафедрой ФД
(название кафедры)


(подпись)

Н.Г. Ходырева
(расшифровка подписи)

Руководитель образовательной программы Экономика и инвестиции в электроэнергетике

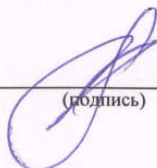
Доцент кафедры Энергетики, к.т.н.,
доцент
(должность, ученая степень, ученое звание)


(подпись)

Е.Г. Зенина
(расшифровка подписи)

СОГЛАСОВАНО:

И.о. заведующего кафедрой
Энергетики
(название кафедры)


(подпись)

М.С. Иваницкий
(расшифровка подписи)

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины состоит в приобретении знаний по теории вероятностей и математической статистике, формировании математического аппарата, необходимого для изучения дисциплин профессионального цикла, овладении математическими методами исследования.

Задачами дисциплины являются:

- освоение основных понятий и утверждений теории вероятностей и математической статистики;
- приобретение умений и навыков решения задач по теории вероятностей и математической статистике;
- развитие умений применять математический аппарат к решению задач прикладного характера;
- формирование навыков построения и исследования математических моделей для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
ОПК-3 Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач	ОПК-3.3. Применяет математический аппарат теории вероятностей и математической статистики	знать: <ul style="list-style-type: none">– понятие случайного события, операции над событиями, вероятность события, вычисление вероятности случайного события– понятие случайной величины, законы распределения вероятностей дискретной и непрерывной случайных величин, их числовые характеристики; законы больших чисел в форме Чебышева и центральной предельной теоремы– понятие выборки, статистического распределения выборки, эмпирической функции распределения, эмпирических числовых характеристик,– точечные и интервальные оценки неизвестных параметров распределения, понятие статистической гипотезы, статистического критерия уметь: <ul style="list-style-type: none">– находить вероятность случайного события;– определять закон распределения вероятностей дискретной и непрерывной случайных величин, вычислять вероятность попадания случайной величины в заданный интервал, находить числовые характеристики случайных величин;– строить гистограмму, полигон, эмпирическую функцию распределения вероятностей случайной величины;– вычислять статистические оценки параметров распределения, строить доверительные интервалы, уметь использовать критерии проверки ста-

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
		тистических гипотез; – использовать математические методы для обработки и анализа экспериментальных данных.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина базируется на дисциплине «Высшая математика».

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при изучении дисциплины «Теория эксперимента и решение изобретательских задач», при прохождении преддипломной практики и выполнении выпускной квалификационной работы.

3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 часа.

№ п/п	Раздел дисциплины. Форма промежуточной аттестации (по семестрам)	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы							СР	Конт- роль	Содержание самостоятельной ра- боты (с указанием № источника по п. 5.1 и страниц в нем)
				Контактная									
				Лек	Пр	Лаб	КПР	ИККП	ПА				
1	Случайные события	18	5	3	3	–	–	–	–	12	–	Изучение теоретического и прак- тического материала: [1], стр. 9-45; [2], стр. 12-53; [3], стр.5-28; [4], стр. 8-49 [5] стр.17-63 Выполнение домашнего задания: [3], № 20, 24, 25, 26, 28. [4] № 4, 7,12, 15, 18, 21, 27, 32, 35, 40, 42, 47, 49, 50, 51, 54, 57, 58, 59, 62, 81, 92, 97, 98, 101, 113(a), 121, 126. Выполнение заданий №1-4 из расчетного задания №1.	
2	Случайные величины. Пре- дельные теоремы теории веро- ятностей	30	5	5	5	–	–	–	–	20	–	Изучение теоретического и прак- тического материала: [1], стр. 54-100, 146-155; [2] , стр. 54-107; 121-131; [3], стр. 29-91 [4] , стр. 52-150 [5], стр. 64-94, 98-137, 149-175. Выполнение домашнего задания [3], стр. 58-59 Пример1, Пример2, № 46, 48, 50, 63, 65, 71, 74. [4], № 167, 171, 174, 175, 179, 180, 241, 243, 245, 252, 254, 255, 256, 257, 259. Выполнение задания №5 расчет- ного задания №1.	

№ п/п	Раздел дисциплины. Форма промежуточной аттестации (по семестрам)	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы								Содержание самостоятельной работы (с указанием № источника по п. 5.1 и страниц в нем)
				Контактная						СР	Конт-роль	
				Лек	Пр	Лаб	КПР	ИККП	ПА			
3	Элементы математической статистики	12	5	2	2	–	–	–	–	8	–	Изучение теоретического и практического материала: [2] гл. 4, §4.1 – 4.2; стр.140-145 [4] гл.9, § 1–3; стр. 151-156 [5] гл.15, §1–8.стр. 187-196 Выполнение домашнего задания [4], №440, 442, 444, 445, 447, 449 Выполнение п. 1, 2 из расчетного задания №2.
4	Элементы теории оценок. Статистическая проверка статистических гипотез	30	5	6	6	–	–	–	–	18	–	Изучение теоретического и практического материала: [2], стр. 145-152; 158-163; 176-178 [5], стр. 197-203; 224-236 [4], стр. 157-180; 206-226; 251-253 Выполнение домашнего задания [4] №450, 453, 458, 460, 463, 466, 472, 473, 474, 491, 494, 502, 503, 514, 555, 557, 558, 568; 571, 575, 635, 639. Выполнение п. 3-6 из расчетного задания №2.
	Зачет с оценкой	18	5	–	–	–	–	–	0,3	–	17,7	Зачет по совокупности результатов текущего контроля успеваемости
	Итого:	108	–	16	16	–	–	–	0,3	58	17,7	

Примечание: Лек – лекции; Пр – практические занятия; Лаб – лабораторные работы; КПР – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ПА – промежуточная аттестация; СР – самостоятельная работа студента.

3.2. Краткое содержание разделов

5 семестр

1. Случайные события

Виды случайных событий. Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Классическое определение вероятности. Основные формулы комбинаторики. Относительная частота и статистическая вероятность. Геометрическая вероятность.

Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условные вероятности. Независимость случайных событий. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.

Испытания Бернулли. Формулы Бернулли, Пуассона, Муавра-Лапласа.

2. Случайные величины. Предельные теоремы теории вероятностей

Дискретная случайная величина и ее закон распределения. Биномиальный, геометрический, пуассоновский законы распределения.

Понятие непрерывной случайной величины. Функция и плотность распределения случайной величины. Свойства функции и плотности распределения. Равномерный, показательный, нормальный законы распределения.

Функция распределения случайного вектора. Плотность распределения двумерного случайного вектора. Независимость случайных величин.

Понятие функции дискретных случайных величин. Понятие функции непрерывных случайных величин. Композиция законов распределения.

Математическое ожидание, мода и медиана случайной величины. Математическое ожидание случайного вектора и случайной функции. Свойства математического ожидания. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение случайной величины. Свойства дисперсии.

Понятие о моментах распределения.

О законе больших чисел. Неравенство Чебышева. Предел по вероятности. Теоремы Чебышева.

Предельные теоремы в схеме Бернулли. Теоремы Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.

Центральная предельная теорема в форме Ляпунова. Частные случаи теоремы Ляпунова.

3. Элементы математической статистики

Предмет математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Графическое изображение статистического распределения. Числовые характеристики статистического распределения.

4. Элементы теории оценок. Статистическая проверка статистических гипотез

Оценка неизвестных параметров. Статистические оценки неизвестных параметров. Точечные оценки математических ожиданий и дисперсий. Методы нахождения точечных оценок. Метод моментов. Метод наибольшего правдоподобия. Метод наименьших квадратов. Понятие интервального оценивания параметра. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения.

Статистическая гипотеза. Ошибки первого и второго рода. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Критическая область. Область принятия гипотезы. Гипотезы о значениях числовых характеристик. Критерии согласия. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности по критерию Пирсона. Критерий Колмогорова.

3.3. Темы практических занятий

5 семестр

1. Классическое определения вероятностей. Статистическое определения вероятностей. Геометрические вероятности (1 час).
2. Теоремы сложения и умножения вероятностей. (1 час).
3. Формула полной вероятности. Формулы Байеса Формула Бернулли. Формулы Пуассона, Муавра-Лапласа (1 час).
4. Закон распределения дискретной случайной величины. Гипергеометрический и биномиальный законы распределения (1 час).
5. Функция распределения вероятностей случайной величины. Плотность распределения непрерывной случайной величины. Законы распределения непрерывных случайных величин (1 час).
6. Системы двух случайных величин. Функция одной случайной величины. Функция двух случайных величин (1 час).
7. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Моменты распределения. Числовые характеристики непрерывных случайных величин. Числовые характеристики равномерно, нормально и показательного распределенных случайных величин (1 час).
8. Неравенство и теорема Чебышева (1 час).
9. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения (1 час).
10. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма. Числовые характеристики статистического распределения (1 час).
11. Точечные оценки математических ожиданий и дисперсий. Метод моментов. Метод наибольшего правдоподобия (1 час).
12. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения (1 час).
13. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Критическая область. Область принятия гипотезы (1 час).
14. Гипотезы о значениях числовых характеристик (1 час).
15. Критерий согласия Пирсона (эмпирическое распределение задано в виде последовательности равноотстоящих вариантов и соответствующих им частот) (1 час).
16. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности по критерию Пирсона (эмпирическое распределение задано в виде последовательности интервалов одинаковой длины и соответствующих им частот). Критерий Колмогорова (1 час).

3.4. Темы лабораторных работ

Лабораторные работы учебным планом не предусмотрены.

3.5. РГР

РГР учебным планом не предусмотрены.

3.6. Тематика курсовых проектов/курсовых работ

Курсовой проект/курсовая работа учебным планом не предусмотрены.

3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)				Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	4	
Знать:						
понятие случайного события, операции над событиями, вероятность события, вычисление вероятности случайного события	ОПК-3.3	X				Тест «Основные понятия теории вероятностей»
понятие случайной величины, законы распределения вероятностей дискретной и непрерывной случайных величин, их числовые характеристики; законы больших чисел в форме Чебышева и центральной предельной теоремы	ОПК-3.3		X			Тест «Случайные величины. Предельные теоремы теории вероятностей»
понятие выборки, статистического распределения выборки, эмпирической функции распределения, эмпирических числовых характеристик	ОПК-3.3			X		Тест «Статистическое распределение, его числовые характеристики»
точечные и интервальные оценки неизвестных параметров распределения, понятие статистической гипотезы, статистического критерия	ОПК-3.3				X	Тест «Точечные и интервальные оценки» Тест «Статистическая проверка статистических гипотез»
Уметь:						
находить вероятность случайного события;	ОПК-3.3	X				Контрольная работа «Случайные события» Расчетное задание №1 «Случайные события и случайные величины» (задачи 1-4)
определять закон распределения вероятностей дискретной и непрерывной случайных величин, вычислять вероятность попадания случайной величины в заданный интервал, находить числовые характеристики случайных величин	ОПК-3.3		X			Контрольная работа «Случайные величины» Расчетное задание №1 «Случайные события и случайные величины» (задачи №5)
строить гистограмму, полигон, эмпирическую функцию распределения вероятностей случайной величины, находить эмпирические числовые характеристики	ОПК-3.3			X		Расчетное задание №2 «Элементы математической статистики» (п.1-2)
вычислять статистические оценки параметров распределения, строить доверительные интервалы	ОПК-3.3				X	Контрольная работа «Математическая статистика. Теория оценок»
использовать математические методы для обработки и анализа экспериментальных данных	ОПК-3.3			X	X	Расчетное задание №2 «Элементы математической статистики» (п.3-6)

4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1. Текущий контроль успеваемости по дисциплине:

5 семестр

– тестирование:

1. Тест «Основные понятия теории вероятностей»
2. Тест «Случайные величины. Предельные теоремы теории вероятностей»
3. Тест «Статистическое распределение, его числовые характеристики»
4. Тест «Точечные и интервальные оценки»
5. Тест «Статистическая проверка статистических гипотез»

– контрольные работы:

1. Контрольная работа «Случайные события»
2. Контрольная работа «Случайные величины»
3. Контрольная работа «Математическая статистика. Теория оценок»

– расчетное задание №1 «Случайные события и случайные величины»,

– расчетное задание №2 «Элементы математической статистики»

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

4.2. Промежуточная аттестация по дисциплине:

5 семестр

Зачет с оценкой

Оценка определяется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов филиала НИУ «МЭИ» в г. Волжском.

В приложение к диплому вносится оценка, полученная за 5 семестр.

Примечание: Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Печатные и электронные издания:

1. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А. А. Свешников; под общей ред. А. А. Свешникова. – Электрон. текстовые дан. – 5-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2013. – Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/5711>

2. Туганбаев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А. А. Туганбаев, В. Г. Крупин. – Электрон. текстовые дан. – СПб.: Издательство «Лань», 2011. – Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/652/>

3. Усманов, Х. Х. Теория вероятностей: [учеб. пособие] / Х. Х. Усманов, О. Н. Панова; под ред. А. А. Юдина. – Волжский: Филиал «МЭИ (ТУ)» в г. Волжском, 2008. – 128 с. – 43 кн.

4. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. - 11-е изд., перераб. и доп. : учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - Москва : Юрайт, 2021. - 406 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-08389-7 – 20 кн.

5. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. - 12-е изд. : учебник для вузов / В. Е. Гмурман. - Москва : Юрайт, 2021. - 479 с. : ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-00211-9 – 20 книг.

5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

Windows / Операционные системы семейства Linux, Office / Российский пакет офисных программ.

5.3. Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Университетская информационная система «РОССИЯ» <https://uisrussia.msu.ru>
Справочно-правовая система «Гарант» <http://www.garant.ru>
База данных Scopus <https://www.scopus.com>
Портал открытых данных Российской Федерации <https://data.gov.ru>
База открытых данных Министерства труда и социальной защиты РФ <https://rosmintrud.ru/opendata>
База данных Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU <https://elibrary.ru/>
База данных профессиональных стандартов Министерства труда и социальной защиты РФ <http://profstandart.rosmintrud.ru/>
Базы данных Министерства экономического развития РФ <http://www.economy.gov.ru>
База открытых данных Росфинмониторинга <http://www.fedsfm.ru/opendata>
Федеральная государственная информационная система «Национальная электронная библиотека» <https://нэб.рф>
Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование» <https://openedu.ru>
Электронная база данных «Polpred.com Обзор СМИ» <https://www.polpred.com>
Официальный сайт Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии <http://protect.gost.ru/>
ЭБС Издательства «Лань» <https://e.lanbook.com>
ЭБС «Университетская библиотека Online» <https://biblioclub.ru/>
Электронная библиотека НТБ МЭИ <https://ntb.mpei.ru/e-library/index.php>.
ЭБС «Консультант студента» <https://www.studentlibrary.ru/>

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Лекционные и практические занятия проводятся в учебных аудиториях, снабженных мультимедийными средствами для интерактивного обучения, оборудованных наглядными пособиями, оборудованием для показа обучающих материалов, средствами звуковоспроизведения, доской аудиторной, оборудованием для представления презентаций (плазменная панель/проектор, персональный компьютер).

БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Теория вероятностей и математическая статистика

(название дисциплины)

5 семестр

Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:

КМ-1	Тест «Основные понятия теории вероятностей»
КМ-2	Контрольная работа «Случайные события»
КМ-3	Тест «Случайные величины. Предельные теоремы теории вероятностей»
КМ-4	Контрольная работа «Случайные величины»
КМ-5	Тест «Статистическое распределение, его числовые характеристики»
КМ-6	Тест «Точечные и интервальные оценки»
КМ-7	Тест «Статистическая проверка статистических гипотез»
КМ-8	Контрольная работа «Элементы математической статистики»
КМ-9	Расчетное задание №1 «Случайные события и случайные величины»
КМ-10	Расчетное задание №2 «Элементы математической статистики»

Вид промежуточной аттестации – зачет с оценкой

Трудоемкость дисциплины = 3 з.е.

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4	КМ-5	КМ-6	КМ-7	КМ-8	КМ-9	КМ-10
1	Случайные события		+	+							+	
2	Случайные величины. Предельные теоремы теории вероятностей				+	+					+	
3	Элементы математической статистики						+			+		+
4	Элементы теории оценок. Статистическая проверка статистических гипотез							+	+	+		+
	Минимальный балл за КМ		2	10	2	10	2	2	2	10	10	10
	Максимальный балл за КМ		4	20	4	20	4	4	4	20	10	10

**Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»
Филиал ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» в г. Волжском**

Направление подготовки: 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

Наименование образовательной программы: Экономика и инвестиции в электроэнергетике

Уровень образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Оценочные материалы по дисциплине

Б1.О.28 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости.

Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Коды индикаторов достижения компетенции	Оценочное средство (тип и наименование)
Знать:		
понятие случайного события, операции над событиями, вероятность события, вычисление вероятности случайного события	ОПК-32.3	Тест «Основные понятия теории вероятностей»
понятие случайной величины, законы распределения вероятностей дискретной и непрерывной случайных величин, их числовые характеристики; законы больших чисел в форме Чебышева и центральной предельной теоремы	ОПК-3.3	Тест «Случайные величины. Предельные теоремы теории вероятностей»
понятие выборки, статистического распределения выборки, эмпирической функции распределения, эмпирических числовых характеристик	ОПК-3.3	Тест «Статистическое распределение, его числовые характеристики»
точечные и интервальные оценки неизвестных параметров распределения, понятие статистической гипотезы, статистического критерия	ОПК-3.3	Тест «Точечные и интервальные оценки» Тест «Статистическая проверка статистических гипотез»
Уметь:		
находить вероятность случайного события;	ОПК-3.3	Контрольная работа «Случайные события» Расчетное задание №1 «Случайные события и случайные величины» (задачи 1-4)
определять закон распределения вероятностей дискретной и непрерывной случайных величин, вычислять вероятность попадания случайной величины в заданный интервал, находить числовые характеристики случайных величин	ОПК-3.3	Контрольная работа «Случайные величины» Расчетное задание №1 «Случайные события и случайные величины» (задачи №5)
строить гистограмму, полигон, эмпирическую функцию распределения вероятностей случайной величины, находить эмпирические числовые характеристики	ОПК-3.3	Расчетное задание №2 «Элементы математической статистики» (п.1-2)
вычислять статистические оценки параметров распределения, строить доверительные интервалы	ОПК-3.3	Контрольная работа «Математическая статистика. Теория оценок»
использовать математические методы для обработки и анализа экспериментальных данных	ОПК-3.3	Расчетное задание №2 «Элементы математической статистики» (п.3-6)

Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

Тест «Основные понятия теории вероятностей»

Тест состоит из 8 вопросов. Время выполнения 10 минут.

Пример варианта теста:

- Дано пространство равновозможных элементарных исходов. Вероятностью события называется:
 - Произведение числа исходов, благоприятствующих появлению события на общее число исходов;

- б) Сумма числа исходов, благоприятствующих появлению события и общего числа исходов;
 - в) Отношение числа исходов, благоприятствующих появлению события к общему числу исходов;
 - г) Отношение общего числа исходов, к числу исходов, благоприятствующих появлению события.
2. Под случайным событием, связанным с некоторым опытом, понимается всякое событие, которое при осуществлении этого опыта
- а) не может произойти;
 - б) либо происходит, либо нет;
 - в) обязательно произойдет;
 - г) заведомо не произойдет.
3. Указать правильное утверждение. Событие, которое обязательно произойдет, называется:
- а) невозможным;
 - б) достоверным;
 - в) случайным;
 - г) достоверным и случайным.
4. Указать правильное утверждение:
- а) Вероятность произведения событий равна произведению вероятностей этих событий;
 - б) Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий;
 - в) Вероятность произведения зависимых событий равна произведению вероятностей этих событий;
 - г) Вероятность произведения несовместных событий равна произведению вероятностей этих событий.
5. Сумма вероятностей противоположных событий равна
- а) 1;
 - б) 0;
 - в) -1;
 - г) 2.
6. Вероятность достоверного события:
- а) больше нуля и меньше единицы;
 - б) равна нулю;
 - в) равна единице;
 - г) больше 1.
7. Равенство $P(A + B) = P(A) + P(B)$ справедливо для событий:
- а) несовместных;
 - б) совместных;
 - в) классических;
 - г) всех.
8. Наивероятнейшее число появлений событий в независимых испытаниях — это:
- а) самое маленькое из возможных чисел;
 - б) самое большое из возможных чисел;
 - в) число, которому соответствует наименьшая вероятность;
 - г) число, которому соответствует наибольшая вероятность.

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
- 2 балла, если правильно выполнено не менее 50% заданий.

Тест «Случайные величины. Предельные теоремы теории вероятностей»

Тест состоит из 8 вопросов. Время выполнения 10 минут.

Пример варианта теста:

1. Указать верное определение. Математическое ожидание дискретной случайной величины – это:
 - а) начальный момент первого порядка;
 - б) центральный момент первого порядка;
 - в) начальный момент второго порядка;
 - г) центральный момент второго порядка.

2. Значение плотности непрерывной случайной величины находится в диапазоне:
 - а) $(0; +\infty)$, б) $(-\infty; +\infty)$, в) $(0; 1)$, г) $[0, \infty)$

3. Формула для вычисления среднего квадратического отклонения случайной величины:

- а) $\sigma(\xi) = \sqrt{D\xi}$;
- б) $\sigma(\xi) = M\xi^2 - (M\xi)^2$;
- в) $\sigma(\xi) = M(\xi - M\xi)^2$.
- г) $\sigma(\xi) = M(\xi^k)$

4. Функция распределения случайной величины ξ является:

- а) невозрастающей;
- б) неубывающей;
- в) параболой;
- г) произвольного вида.

5. Указать верную формулу. Плотность нормального распределения случайной величины определяется по формуле:

а) $\varphi(x) = \frac{1}{a\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty;$

б) $\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty;$

в) $\varphi(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{2\sigma}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty;$

г) $\varphi(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{2\sigma}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad 0 < x < \infty.$

6. Математическое ожидание непрерывной случайной величины определяется по формуле:

а) $MX = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx;$

б) $MX = \sum_{i=1}^n x_i p_i;$

в) $MX = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx;$

г) $MX = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 dx.$

7. Смысл теоремы Чебышева состоит в том, что:
- а) среднее арифметическое большого количества независимых случайных величин практически перестает быть случайной величиной, то есть с большой вероятностью принимает значение близкое к определенному постоянному числу;
 - б) при большом числе испытаний вероятность реализации случайного события становится близкой к $1/2$;
 - б) при большом числе испытаний вероятность реализации случайного события становится близкой к единице;
 - в) при большом числе испытаний средняя величина неограниченно возрастает.
8. Закон больших чисел состоит в том, что:
- а) при большом числе испытаний вероятность реализации случайного события становится близкой к единице;
 - б) поведение произведения достаточно большого количества случайных величин становится почти закономерным;
 - в) поведение среднего арифметического достаточно большого количества случайных величин становится почти закономерным.

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
- 2 балла, если правильно выполнено не менее 50% заданий.

Тест «Статистическое распределение, его числовые характеристики»

Тест состоит из 8 вопросов. Время выполнения 10 минут.

Пример варианта теста:

1. Отдельные значения признака, которые он принимает в вариационном ряду, называются:
 - а) вариантами;
 - б) интервалами;
 - в) генеральной совокупностью
 - г) выборочной совокупностью.
2. Признаки, выражаемые целыми числами, между которыми не может быть никаких промежуточных значений, называются:
 - а) непрерывными;
 - б) дискретными;
 - в) сплошными;
 - г) интервальными.
3. Назовите виды статистического наблюдения по степени охвата единиц совокупности:
 - а) сплошное; б) анкета; в) текущее; г) классическое.
4. К средним структурным величинам в статистике относят:
 - а) медиана; б) варианта; в) размах; г) частота.
5. Существуют виды выборочного наблюдения:
 - а) идентичная выборка;
 - б) альтернативная выборка;
 - в) механическая выборка,

- г) классическая выборка.
6. Точечная оценка вероятности определяется как
- относительная частота;
 - среднее арифметическое;
 - среднее геометрическое;
 - среднее квадратическое.
7. Модой дискретного ряда называется
- вариант, имеющий наибольшую частоту;
 - вариант, имеющий наименьшую частоту;
 - вариант, делящий ряд на две равные части;
 - отношение суммы произведений вариантов на соответствующие частоты к объему совокупности.
8. Выборочная дисперсия случайной величины вычисляется по формуле:
- $D_B = \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x}_B)^2$;
 - $D_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x}_B)^2$;
 - $D_B = \sum_{i=1}^k n_i^2 (x_i - \bar{x}_B)^2$,
 - $D_B = \sum_{i=1}^k n_i^2 (x_i - \bar{x}_B)$

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
- 2 балла, если правильно выполнено не менее 50% заданий.

Тест «Точечные и интервальные оценки»

Тест состоит из 8 вопросов. Время выполнения 10 минут.

Пример варианта теста:

- Выборочная характеристика, используемая в качестве приближенного значения генеральной характеристики, называется ее:
 - статистической характеристикой;
 - статистической оценкой;
 - состоятельной оценкой;
 - генеральной оценкой.
- Вставьте пропущенные слова. Выборочная средняя является _____ оценкой математического ожидания
 - несмещенной;
 - смещенной;
 - интервальной,
 - наименьшей.
- Эмпирическая функция вычисляется по формуле

а) $F^*(x) = \frac{n_x}{n}$; б) $F^*(x) = \frac{\sum_{i=1}^n n_i}{n}$; в) $F^*(x) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$; г) $F^*(x) = \sqrt{\frac{n_x}{n}}$.
- Вставьте пропущенные слова. Эмпирическая функция распределения выборки

$F^*(x)$ является _____ оценкой функции распределения $F(x)$ случайной величины X

- а) несмещенной состоятельной;
 - б) смещенной;
 - в) смещенной состоятельной
 - г) состоятельной.
5. Выбери номер правильного ответа. Требование несмещенности гарантирует:
- а) отсутствие систематических оценок;
 - б) несостоятельность оценки;
 - в) состоятельность оценки;
 - г) эффективность оценки.
6. Несмещенной оценкой генеральной дисперсии служит:
- а) исправленная выборочная дисперсия;
 - б) неисправленная выборочная дисперсия;
 - в) выборочная средняя.
 - г) выборочное среднее квадратическое отклонение.
7. Выберите номер неправильного ответа. Методы нахождения точечных оценок:
- а) метод моментов;
 - б) метод наибольшего правдоподобия;
 - в) метод наименьших квадратов;
 - г) метод оценок.
8. Функция правдоподобия дискретной случайной величины X вычисляется по формуле:
- а) $L(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta) = p(x_1, \theta) + p(x_2, \theta) + \dots + p(x_n, \theta)$;
 - б) $L(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta) = p(x_1, \theta) \cdot p(x_2, \theta) \cdot \dots \cdot p(x_n, \theta)$;
 - в) $L(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x, \theta) dx$;
 - г) $L(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$.

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
- 2 балла, если правильно выполнено не менее 50% заданий.

Тест «Статистическая проверка статистических гипотез»

Тест состоит из 8 вопросов. Время выполнения 10 минут.

Пример варианта теста:

1. Укажите правильный ответ. Статистическая гипотеза это -
- а) некоторое предположение о свойствах выборочной совокупности, которое необходимо проверить;
 - б) некоторое предположение о свойствах генеральной совокупности, которое необходимо проверить;
 - в) вид научной деятельности, направленный на получение информации;
 - г) достоверные события.

2. Выбрать неправильный ответ. Гипотезы бывают:
 - а) нулевая;
 - б) альтернативная;
 - в) прикладная;
 - г) основная.
3. Указать простую гипотезу
 - а) $H : MX \neq a_0$;
 - б) $H : MX = a_0$;
 - в) $H : MX > a_0$;
 - г) $H : MX < a_0$.
4. Вероятность совершить ошибку первого рода называется
 - а) надежностью;
 - б) среднеквадратическим отклонением;
 - в) доверительным интервалом;
 - г) уровнем значимости.
5. Мощность критерия есть
 - а) Вероятность не допустить ошибку второго рода;
 - б) вероятность допустить ошибку первого рода;
 - в) вероятность не допустить ошибку первого рода;
 - г) вероятность попадания критерия в критическую область при условии, что справедлива основная гипотеза.
6. Выбрать неправильный ответ. Критические области бывают:
 - а) двусторонняя;
 - б) центральная;
 - в) правосторонняя;
 - г) левосторонняя.
7. Случайную величину, которая служит для проверки нулевой гипотезы, называют:
 - а) среднеквадратическим отклонением;
 - б) дисперсией;
 - в) статистическим критерием;
 - г) наблюдаемым значением критерия.
8. Статистика хи-квадрат описывается формулой:
 - а) $\sum_i (y_i - F(x_i))^2$
 - б) $\sum_i \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
 - в) $\frac{1}{n-1} \sum_i (x - \bar{x})^2$;
 - г) $\sup (F_n(x) - F(x))^2$.

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
- 2 балла, если правильно выполнено не менее 50% заданий.

Контрольная работа «Случайные события»

Контрольная работа содержит 7 задачи. Время выполнения 45 минут.

Пример варианта контрольной работы:

1. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 6.
2. В урне 30 шаров: 10 красных, 5 синих и 15 белых. Найти вероятность появления цветного шара.
3. Два стрелка произвели по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень первым стрелком равна 0,7, а вторым – 0,6. Найти вероятность того, хотя бы один из стрелков попал в мишень.
4. Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартна, равна 0,8, а второго – 0,9. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь (из наудачу взятого набора) – стандартная.
5. В каждой шестой банке кофе есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Валя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Валя не найдет приз в своей банке.
6. Набирая номер телефона, абонент забыл последние две цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.
7. Детали, изготавливаемые цехом завода, попадают для проверки их на стандартность к одному из двух контролеров. Вероятность того, что деталь попадет к первому контролеру, равна 0,6, а ко второму – 0,4. Вероятность того, что годная деталь будет признана стандартной первым контролером, равна 0,94, а вторым – 0,98. Годная деталь при проверке была признана стандартной. Найти вероятность того, что эту деталь проверил первый контролер.

По результатам выполнения контрольной работы выставляется:

- 20 баллов, если во всех семи задачах ход решения верный, получены правильные ответы;
- 16-18 баллов, если шесть задач из семи выполнены правильно, а в одной задаче ход решения верный, но есть грубые ошибки или решение не завершено;
- 12-14 баллов, если пять задач из семи выполнены правильно, а остальные две либо не решены, либо решение начато, но нет продвижения для достижения результата, либо в этих задачах допущены грубые ошибки.
- 10 баллов, если четыре задачи из семи выполнены правильно, а остальные три либо не решены, либо решение начато, но нет продвижения для достижения результата, либо в этих задачах допущены грубые ошибки.

Контрольная работа «Случайные события»

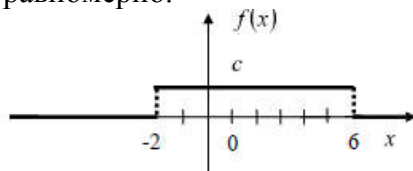
Контрольная работа содержит 3 задач. Время выполнения 45 минут.

Пример варианта контрольной работы:

1. Три стрелка, ведущие огонь по цели, сделали по одному выстрелу. Вероятность их попадания в цель соответственно равны 0,5; 0,6 и 0,8. Составить закон распределения числа попаданий в цель. Найти функцию распределения, математическое ожидание.
2. Является ли функцией распределения некоторой случайной величины функция

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \cos x, & \text{при } 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1, & \text{при } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

3. На отрезке $[-2; 6]$ дан график плотности вероятности случайной величины X , распределенной равномерно.



1. Найти значение постоянной c ;
2. Найти функцию распределения СВ X ;
3. Построить графики плотности распределения $p(x)$ и функции распределения $F(x)$;
4. Найти математическое ожидание $M(X)$;
5. Найти дисперсию $D(x)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(x)$.

По результатам выполнения контрольной работы выставляется:

- 20 баллов, если во всех трех задачах ход решения верный, получены правильные ответы;
- 14-16 баллов, если третья задача сделана правильно, а в первой или во второй задачах допущены грубые ошибки или задачи не решены.
- 10 баллов, если третья задача сделана правильно, а в первой и во второй задачах допущены грубые ошибки или задачи не решены.

Контрольная работа «Элементы математической статистики»

Контрольная работа содержит 3 задачи. Время выполнения 45 минут.

Пример варианта контрольной работы:

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 15$: 3, 0, 4, 3, 6, 0, 3, 1, 0, 4, 5, 6, 3, 7, 1. Найти: а) распределение частот; б) эмпирическую функцию и полигон частот (построить); в) выборочную среднюю, выборочную и исправленную дисперсии, медиану и размах.
2. Найти методом наибольшего правдоподобия по выборке 3, 4, 6, 7, 9 точечную оценку θ^* неизвестного параметра θ распределения случайной величины, заданной плотностью вероятностей $f(x) = \frac{\theta^5}{4!} x^4 e^{-\theta x}$, $x > 0$.
3. Случайная величина ξ имеет нормальное распределение с неизвестным математическим ожиданием a и дисперсией σ^2 . По выборке объема $n = 30$ вычислены оценки $x_B = 2,1$ и $s^2 = 0,5$ неизвестных параметров. Найти доверительный интервал для математического ожидания a с надежностью 0,95.

По результатам выполнения контрольной работы выставляется:

- 20 баллов, если во всех трех задачах ход решения верный, получены правильные ответы;
- 14-16 баллов, если первая задача решена правильно, а во второй или в третьей задаче допущены грубые ошибки или задачи не решены.
- 10 баллов, если первая задача сделана правильно, а во второй и в третьей задаче допущены грубые ошибки или задачи не решены

Расчетное задание №1 «Случайные события и случайные величины»

Обучающемуся выдается индивидуальное задание.

Содержание расчетного задания.

I. Выполнить:

Вычислить вероятности случайных событий; вычислить математическое ожидание, дисперсию, функцию распределения случайной величины.

II. Исходные данные для задания:

Усманов, Х. Х. Теория вероятностей: [учеб. пособие] / Х. Х. Усманов, О. Н. Панова; под ред. А. А. Юдина. – Волжский: Филиал «МЭИ (ТУ)» в г. Волжском, 2008. – 128 с.

Пример варианта расчетного задания №1

1. В урне 5 белых и 3 чёрных шара. Из урны наудачу извлекают 4 шара. Определить вероятность того, что будут извлечены 2 белых и 2 чёрных шара.
2. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадет в мишень, равна 0,9. Стрелок производит 5 выстрелов. Найти вероятность того, что стрелок два раза попадет в мишень.
3. Имеются три урны. В первой 5 белых и 3 чёрных; во второй 4 белых и 6 чёрных; в третьей только белые шары. Наугад выбирают урну, а из неё шар. Найти вероятность того, что этот шар белый.
4. В альбоме 10 чистых и 8 гашёных марок. Из них наудачу извлекаются 3 марки (среди которых могут быть и чистые, и гашёные), подвергаются спецгашению и возвращаются в альбом. После этого вновь наудачу извлекаются 2 марки. Определить вероятность того, что обе марки чистые.
5. Дана плотность распределения

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{\gamma - 2}, & x \in [2; 4] \\ 0, & x \notin [2; 4] \end{cases}$$

случайной величины ξ . Найти параметр γ , математическое ожидание $M\xi$, дисперсию $D\xi$, функцию распределения случайной величины ξ , вероятность выполнения неравенства $3 < \xi < 3,3$.

III. Технология выполнения задания:

Вычислить вероятность случайного события а) с использованием классического определения вероятности; б) с использованием формул Бернулли или Пуассона; в) с использованием формул полной вероятности или Байеса. Вычислить параметр γ , используя условие нормировки плотности распределения вероятностей случайной величины. Вычислить математическое ожидание и дисперсию, используя их определения. Найти функцию распределения, используя определение плотности распределения вероятностей. Построить графики функции распределения и плотности распределения вероятностей.

Минимальный объем полностью выполненного задания – четыре страницы.

IV. Срок выполнения расчетного задания

Десятое практическое занятие.

V. Дополнительные сведения

Расчетное задание выполняется в рукописной форме.

За выполнение расчетного задания выставляется:

- 10 баллов, если задание выполнено полностью, в представленном отчете обосновано получено правильно выполненное задание;
- 0 баллов, если задание не выполнено или выполнено частично.

Расчетное задание №2 «Элементы математической статистики»

Расчетное задание выполняется в форме домашнего задания.

I. Выполнить:

- Построить интервальный вариационный ряд. Вычислить частоты, частости, накопленные частоты. Графически интерпретировать вариационный ряд.
- Определить эмпирическую функцию распределения, найти ее графическое представление. Найти точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии.
- Выдвинуть гипотезу о виде распределении генеральной совокупности и проверить ее.
- Построить доверительные интервалы для оценки генеральной средней и генерального среднего квадратического отклонения.

II. Исходные данные для задания:

Задача. В результате опыта получена выборочная совокупность.

1. По данной таблице составить интервальный вариационный ряд, разбив всю вариацию на 8-10 интервалов.

2. По сгруппированным данным построить:

- а) полигон относительных частот;
- б) гистограмму относительных частот;
- в) график эмпирической функции распределения.

3. Найти числовые характеристики выборочной совокупности: выборочную среднюю \bar{x}_B , выборочную дисперсию D_B , выборочное среднее квадратическое отклонение σ_B и исправленную дисперсию S^2 .

4. По виду гистограммы и эмпирической функции распределения выборки выдвинуть гипотезу о распределении генеральной совокупности.

5. Проверить выполнение правила «трёх сигм».

6. Применив критерий согласия Пирсона χ^2 с заданным уровнем значимости α , окончательно принять или отвергнуть выдвинутую гипотезу о распределении генеральной совокупности.

7. Найти доверительные интервалы для генеральной средней и генерального среднего квадратического отклонения по уровню надёжности γ .

Выборочная совокупность, уровень значимости α и уровень надёжности γ по вариантам приведены в таблице.

Пример варианта расчетного задания №2

$\alpha = 0,01$, $\gamma = 0,95$

22	21	26	20	22	18	28	23	26	29	18	21	24	25	25	21	23	24	20	25
19	25	28	21	23	27	24	19	19	21	25	21	16	19	17	27	23	15	25	27
19	21	24	28	23	24	21	18	28	23	23	26	19	24	18	27	20	29	23	32
23	30	22	21	29	22	25	20	23	23	18	23	21	30	26	32	21	19	18	23
20	28	16	23	18	20	27	25	30	24	25	23	25	29	22	29	26	22	25	22

III. Технология выполнения задания:

По выборочной совокупности составить интервальный ряд, разбив всю вариацию на 8-10 интервалов. По сгруппированным данным построить полигон относительных частот, гистограмму относительных частот, график эмпирической функции распределения.

Найти числовые характеристики выборочной совокупности: выборочную среднюю, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение и исправленную дисперсию.

По виду гистограммы и эмпирической функции распределения выборки выдвинуть гипотезу о распределении генеральной совокупности. Проверить выполнения правила «трех сигм». Применив критерий согласия Пирсона с заданным уровнем значимости, окончательно опровергнуть или принять выдвинутую гипотезу о распределении генеральной совокупности.

Найти доверительные интервалы для генеральной средней и генерального среднего квадратического отклонения по заданному уровню надежности.

Минимальный объем полностью выполненного задания – семь страниц.

IV. Срок выполнения расчетного задания

Пятнадцатое практическое занятие.

V. Дополнительные сведения

Расчетное задание выполняется в рукописной форме.

За выполнение расчетного задания выставляется:

- 10 баллов, если задание выполнено полностью, в представленном отчете обосновано получено правильно выполненное задание.
- 0 баллов, если задание не выполнено или выполнено частично.