Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Филиал ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» в г. Волжском

Направление подготовки: 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

Наименование образовательной программы: Экономика и инвестиции в электроэнергетике

Уровень образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Рабочая программа дисциплины
ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Блок	**Блок 1 «Дисциплины (модули)»**
Часть образовательной программы	**Обязательная**
Индекс дисциплины по учебному плану	**Б1.О.05**
Трудоемкость в зачетных единицах	**1 семестр – 6 2 семестр – 6 3 семестр – 6 всего – 18**
Часов (всего) по учебному плану	**648**
Лекции	**1 семестр – 32 часа 2 семестр – 32 часа 3 семестр – 32 часа всего – 96 часов**
Практические занятия	**1 семестр – 32 часа 2 семестр –32 часа 3 семестр – 32 часа всего – 96 часов**
Лабораторные работы	**учебным планом не предусмотрены**
Консультациипо курсовому проекту/ работе	**учебным планом не предусмотрены**
Самостоятельная работа	**1 семестр – 116 часов 2 семестр – 116 часов 3 семестр – 116 часов всего – 348 часов**
включая: РГР	 **1 семестр – 9 часов 2 семестр – 9 часов 3 семестр – 9 часов**
Промежуточная аттестация: экзамен экзамен экзамен	 **1 семестр – 2,5 часа 2 семестр – 2,5 часа 3 семестр – 2,5 часа**
Контроль: экзамен экзамен экзамен	 **1 семестр – 33,5 часа 2 семестр – 33,5 часа 3 семестр – 33,5 часа**

Волжский 2023

ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:

Доцент кафедры ФД, к.п.н., доцент		Л.Г. Устинова
(должность, ученая степень, ученое звание)	(подпись)	(расшифровка подписи)
Заведующий кафедрой ФД		Н.Г. Ходырева
(название кафедры)	(подпись)	(расшифровка подписи)

Руководитель образовательной программы Экономика и инвестиции в электроэнергетике

Доцент кафедры Энергетики, к.т.н., доцент		Е.Г. Зенина
(должность, ученая степень, ученое звание)	(подпись)	(расшифровка подписи)

СОГЛАСОВАНО:

И.о. заведующего кафедрой Энергетики		М.С. Иваницкий
(название кафедры)	(подпись)	(расшифровка подписи)

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины состоит в приобретении знаний и умений по высшей математике, формировании математического аппарата, необходимого для освоения дисциплин профессионального цикла, овладении математическими методами исследования.

Задачами дисциплины являются:

– освоение основных теоретических положений курса высшей математики;
– приобретение умений и навыков решения задач по высшей математике;
– развитие умений применять математический аппарат к решению задач прикладного характера;
– формирование навыков построения и исследования математических моделей для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	**Код и наименование индикатора достижения компетенции**	**Запланированные результаты обучения**
ОПК-3 Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач	ОПК-3.1.Применяет математический аппарат аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления функции одной переменной	**знать:** – определения и свойства матриц и определителей, действия над ними, понятие системы линейных уравнений и ее решения; – операции над векторами и их свойства, уравнения прямых и плоскостей; – понятие функции, способы задания, определение предела и непрерывности функции, методы вычисления пределов; – понятие производной, ее физический и геометрический смысл, дифференцирование сложной функции, приложения дифференциального исчисления; – понятие неопределенного интеграла, основные методы интегрирования, понятие определенного интеграла, геометрические приложения определенного интеграла. **уметь:** – выполнять действия над матрицами и определителями, находить решение систем линейных уравнений; – выполнять действия над векторами, составлять уравнения прямых и плоскостей; – применять различные методы для вычисления пределов, исследовать функцию на непрерывность; – дифференцировать функцию одной действительной переменной, анализировать функцию и ее график;

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
		– интегрировать функцию одной действительной переменной.
	ОПК-3.2.Применяет математический аппарат теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений	**знать:** – понятие функции нескольких переменных, частные производные, дифференцирование функции нескольких переменных; – понятие двойного, тройного, криволинейного и поверхностного интегралов и способы их вычисления, геометрические и физические приложения; – понятие векторного и скалярного поля, потока и циркуляции векторного поля, методы их вычисления; – понятие обыкновенного дифференциального уравнения, его решения, методы решения различных типов уравнений; – понятие числового ряда и его сходимости, понятие функционального ряда, разложение функции в степенные ряды и Фурье; – понятие комплексного числа, функции комплексного переменного, дифференцирование и интегрирование функции комплексного переменного, разложение в ряды, нахождение вычетов; – основные типы уравнений математической физики, методы решения дифференциальных уравнений в частных производных первого и второго порядка. **уметь:** – дифференцировать функцию нескольких действительных переменных; – интегрировать функцию нескольких действительных переменных; – находить поток векторного поля через поверхность, вычислять циркуляцию векторного поля; – решать обыкновенные дифференциальные уравнения различными методами; – исследовать на сходимость числовой ряд, раскладывать функцию в степенной ряд и ряд Фурье; – выполнять действия с комплексными числами, применять, дифференцировать и интегрировать функцию комплексного переменного, раскладывать в ряд, находить вычеты, решать дифференциальные уравнения операционным методом;

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
		– решать дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка, приводить к каноническому виду дифференциальное уравнение второго порядка; – применять математический аппарат к решению прикладных задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина базируется на уровне среднего общего образования.

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при изучении следующих дисциплин: «Физика», «Теоретическая механика», «Прикладная механика (включая ДПМ)», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Переходные процессы», «Системы диагностики и надежность оборудования», «Теоретические основы электротехники», при прохождении преддипломной практики и выполнении выпускной квалификационной работы.

3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 18 зачетных единиц, 648 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины. Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы								Содержание самостоятельной работы (с указанием № источника по п. 5.1 и страниц в нем)
				Контактная						СР	Контроль	
				Лек	Пр	Лаб	КПР	ИККП	ПА			
1	Элементы линейной алгебры	30	1	6	6	–	–	–	–	18	–	Изучение теоретического и практического материала: [14], стр. 5-50, 123-126. Выполнение домашнего задания: [5], № 5, 9, 46, 47, 48; 691, 692; [14], 1.2 (1, 4, 5), 1.4 (1, 2); 1.10 (1, 2, 3); 1.13 (1-6); 2.1 (1, 2, 3 – методом Крамера и матричным методом), 2.2 (1,2); 5.26, 5.27. Выполнение №1, 9 из расчетного задания№1.
2	Векторная алгебра.Элементы аналитической геометрии	32	1	4	4	–	–	–	–	24	–	Изучение теоретического и практического материала: [6], стр. 223-240, 244-258 Выполнение домашнего задания: [3], № 749, 751, 755-756, 758, 775, 779, 781, 795, 814, 821, 839, 841, 851, 858, 874, 877, 914, 915, 919, 928, 931, 1009, 1010, 1023, 1040 (2), 1043, 1045, 1046, 398 (1, 3, 5, 7), 449, 519, 588 (1, 3, 5, 7). Выполнение №2 из расчетного задания№1.
3	Теория пределов. Непрерывность (разрывы) функции	30	1	5	5	–	–	–	–	20	–	Изучение теоретического и практического материала: [6], стр. 69-103. Выполнение домашнего задания: [1], № 249, 250, 252, 274, 275, 276, 281, 286, 224, 225, 226, 227, 321, 322, 330, 368, 370, 1371, 1387. [2], Тема 5 № 7, 8, 19-30; 31-33 Выполнение №3-4 из расчетного задания№1.

№ п/п	Раздел дисциплины. Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы								Содержание самостоятельной работы (с указанием № источника по п. 5.1 и страниц в нем)
				Контактная						СР	Контроль	
				Лек	Пр	Лаб	КПР	ИККП	ПА			
4	Функции одной переменной. Дифференцирование	38	1	7	7	–	–	–	–	24	–	Изучение теоретического и практического материала: [6], стр. 104-125, 127-150. Выполнение домашнего задания: [1], № 466 (2, 6, 10, 12), 471 (3, 5, 7), 481, 483, 518, 522, 549, 555, 573, 577, 603, 605; 498 (9-10), 507, 508, 638, 641;1503, 1504; 1398, 1400. [2], Тема 6 № 35-42,52-60; 69-78. Выполнение №5-6 из расчетного задания№1.
5	Функции одной переменной. Интегрирование	50	1	10	10	–	–	–	–	30	–	Изучение теоретического и практического материала: [6], стр. 159-214. Выполнение домашнего задания: [1], 1681, 1684, 1687, 1688, 1690, 1694, 1697, 1700; 1833, 1837, 1846, 1850, 2014, 2015, 2017, 2023, 2025; 1870, 1873, 1874, 1875, 2090, 2091, 1808, 1809, 1816, 1820, 1823; 1672 (4, 6, 9, 10), 2231, 2233, 2275, 2278, 2259, 2264, 2284; [2], Тема 7 № 5-20; 25-29, 31; 47-50, 55-58; Тема 8 № 1-4; 5-19, 21, 22, 24, 31-34. Выполнение №7-8, 10 из расчетного задания№1.
	Экзамен	36	1	–	–	–	–	–	2,5	–	33,5	Экзамен проводится в устной форме по билетамсогласно программе экзамена
	Итого за семестр	***216***	***1***	***32***	***32***	***–***	***–***	***–***	***2,5***	***116***	***33,5***	

№ п/п	Раздел дисциплины. Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы								Содержание самостоятельной работы (с указанием № источника по п. 5.1 и страниц в нем)
				Контактная						СР	Контроль	
				Лек	Пр	Лаб	КПР	ИККП	ПА			
1	Функции нескольких переменных	44	2	8	8	–	–	–	–	28	–	Изучение теоретического и практического материала: [6], стр. 275-303 Выполнение домашнего задания: [1], 3042, 3043, 3045, 3050, 3051, 3052, 3057, 3058, 3065, 3068, 3071, 3072, 3073; 3126, 3128, 3130, 3131, 3132, 3135; 3146, 3147, 3150, 3152, 3186, 3187, 3189, 3192, 3196, 3197, 3200, 3201, 3273, 3274, 3276. [2], Тема 9 № 1-4; 23-28; 37-40; 42-50; Выполнение №1-2 из расчетного задания№2.
2	Элементы теории обыкновенных дифференциальных уравнений	45	2	8	8	–	–	–	–	29	–	Изучение теоретического и практического материала: [6], стр. 417-448. Выполнение домашнего задания: [1], 3913, 3914, 3955, 3956, 3965, 3967, 4050, 4052; 4160, 4161, 4163, 4165, 4172, 4208, 4211, 4213; 4251, 4253, 4254, 4255, 4257, 4301, 4303, 4305, 4307; 4270, 4275 (2, 3, 4), 4277 (1, 2, 3), 4318, 4319. [2], Тема 10 № 1-2, 3-8; 31-35. Выполнение №3-5, 11 из расчетного задания№2.
3	Интегрирование функций нескольких переменных	62	2	12	12	–	–	–	–	38	–	Изучение теоретического и практического материала: [6], стр. 307-361. Выполнение домашнего задания: [1], 3478, 3479, 3480; 3526, 3536, 3538, 3559, 3598, 3517, 3519, 3520, 3522, 3524, 3547, 3548, 3550, 3558, 3549, 3551, 3556, 3557, 3563, 3565, 3609, 3690, 3771, 3772, 3773, 3775; 3876, 3877, 3878, 3887, 3888. [2], Тема 12 № 1-8; 13-14, 17, 22. Выполнение №6-8 из расчетного задания№2.

№ п/п	Раздел дисциплины. Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы								Содержание самостоятельной работы (с указанием № источника по п. 5.1 и страниц в нем)
				Контактная						СР	Контроль	
				Лек	Пр	Лаб	КПР	ИККП	ПА			
4	Элементы векторного анализа	29	2	4	4	–	–	–	–	21	–	Изучение теоретического и практического материала: [6], стр. 362-378 Выполнение домашнего задания: [13], № 16, 17, 18, 19, 32, 33, 34, 35, 36, 42, 44, 45, 47, 48, 49, 56, 57, 58. Выполнение №9-10, 12 из расчетного задания№2.
	Экзамен	36	2	–	–	–	–	–	2,5	–	33,5	Экзамен проводится в устной форме по билетамсогласно программе экзамена
	Итого за семестр	***216***	***2***	***32***	***32***	–	–	–	***2,5***	***116***	***33,5***	

№ п/п	Раздел дисциплины. Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы								Содержание самостоятельной работы (с указанием № источника по п. 5.1 и страниц в нем)
				Контактная						СР	Контроль	
				Лек	Пр	Лаб	КПР	ИККП	ПА			
1	Ряды	40	3	8	8	–	–	–	–	24	–	Изучение теоретического и практического материала: [6], стр. 379-415 или [12], стр. 5-45 Выполнение домашнего задания: [16], № 15-30; 31-36, 39-46; 47-56. [2], Тема 11 № 46-53. Выполнение №1-4 из расчетного задания№3.
2	Теория функций комплексного переменного. Преобразование Лапласа	84	3	14	14	–	–	–	–	38	–	Изучение теоретического и практического материала: [12], стр. 46-51, 53-84, 89-104, 109-124. Выполнение домашнего задания: [8], № 9, 10, 12-14, 16-18, 55, 59-60, 62, 63, 66-67, 104-105, 141, 143, 147, 148, 151, 155, 251, 253, 254, 256, 258, 259, 287, 291, 293, 295, 296, 300-306, 328, 331, 334, 348, 349, 351- 354.

№ п/п	Раздел дисциплины. Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы								Содержание самостоятельной работы (с указанием № источника по п. 5.1 и страниц в нем)
				Контактная						СР	Контроль	
				Лек	Пр	Лаб	КПР	ИККП	ПА			
												[7],№ 7-9, 14, 20, 28, 31, 36 (б), 103-108, 144, 147, 150. Выполнение №5-9 из расчетного задания №3.
3	Элементы теории уравнений математической физики	56	3	10	10	–	–	–	–	36	–	Изучение теоретического и практического материала: [9], стр. 11-46, 59-75, 100-124 Выполнение домашнего задания: [9], с. 334 № 3 (а-з). [10], §1 № 1-3, 12-14; §4 № 72, 73; §5 № 80, 81; § 6, № 84, 85, 86, 87; § 8 № 112 (а, б), 113 (а). Выполнение № 10 из расчетного задания №3.
	Экзамен	36	3	–	–	–	–	–	2,5	–	33,5	Экзамен проводится в устной форме по билетамсогласно программе экзамена
	Итого за семестр	***216***	***3***	***32***	***32***	–	–	–	***2,5***	***116***	***33,5***	
	Итого:	**648**		**96**	**96**	–	–	–	**7,5**	**348**	**100,5**	

Примечание: Лек – лекции; Пр – практические занятия; Лаб – лабораторные работы; КПР – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ПА – промежуточная аттестация; СР – самостоятельная работа студента.

3.2.Краткое содержание разделов

1 семестр

1.Элементы линейной алгебры

Понятие матрицы. Различные виды матриц. Действия над матрицами.Понятие определителя. Миноры и их алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки и по элементам столбца.Обратная матрица, условие ее существования. Вычисление обратной матрицы. Преобразование матриц. Ступенчатая матрица. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений. Матричная запись системы. Отыскание решений системы линейных уравнений по правилу Крамера, матричным методом и методом Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли. Определение линейного пространства. Понятие линейной зависимости и независимости элементов линейного пространства.Размерность и базис линейного пространства. Понятие линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Алгоритм нахождения собственных векторов.

2. Векторная алгебра. Элементы аналитической геометрии

Прямоугольная система координат в пространстве.Понятие вектора. Проекция вектора на ось. Декартовы прямоугольные координаты вектора и его направляющие косинусы. Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Разложение вектора по базису. Направляющие косинусы вектора. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов и их свойства.

Определение плоскости. Общее уравнение плоскости. Понятия о полном и неполном уравнениях плоскости. Различные виды уравнения прямой в пространстве. Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Поверхности второго порядка и их канонические уравнения.

3. Теория пределов. Непрерывность (разрывы) функции

Понятие функции. Предел функции в бесконечности. Числовая последовательность как функция натурального аргумента. Предел функции в точке. Первый и второй замечательные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Основные теоремы о бесконечно малых функциях. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции, их применение при вычислении пределов. Непрерывность функции. Точки разрыва функции. Односторонние пределы функции в точке. Вертикальные асимптоты графика функции. Горизонтальные и наклонные асимптоты графика функции. Сложная функция.

4. Функции одной переменной. Дифференцирование

Понятие производной. Физический и геометрический и смысл производной. Понятие дифференцируемости функции. Дифференциал функции. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного. Таблица производных простейших элементарных функций. Правило дифференцирования сложной функции. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного. Таблица производных простейших элементарных функций. Правило дифференцирования сложной функции. Логарифмическая производная. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Неопределенности. Правило Лопиталя. Формулы Тейлора и Маклорена. Разложение функций e^x, $\sin x$, $\cos x$, $(1+x)^c$, где c – вещественное число, по формуле Маклорена. Признак монотонности функции. Точки локального экстремума функции. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие локального экстремума. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции. Схема исследования графика функции.

5. Функции одной переменной. Интегрирование

Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, метод подстановки, метод выделения полного квадрата, интегрирование по частям. Три группы интегралов, интегрируемых по частям. Понятие рациональной функции от двух аргументов. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование иррациональных и тригонометрических выражений. Определение определенного интеграла. Условие существования определенного интеграла. Классы интегрируемых функций. Основные свойства определенного интеграла. Определенный интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле. Некоторые геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Основные понятия и простейшие свойства. Методы интегрирования и признаки сходимости несобственных интегралов с бесконечными пределами. Несобственные интегралы от неограниченных функций.

2 семестр

1. Функции нескольких переменных

Понятие функции двух и трех переменных. Область определения, график . Поверхности и линии уровня. Частные производные. Понятие дифференцируемости функции. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции. Полный и частные дифференциалы функции. Производная по направлению. Градиент. Производные сложных функций. Неявные функции и их производные. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Экстремумы функции нескольких переменных. Условный (относительный) экстремум. Метод Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значения.

2. Элементы теории обыкновенных дифференциальных уравнений

Дифференциальные уравнения (общие понятия). Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Задачи Коши. Уравнения с разделяющимися переменными. Линейные уравнения первого порядка. Методы Лагранжа и Бернулли. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков (основные понятия). Методы понижения порядка трёх типов уравнений. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка (основные понятия). Линейная зависимость и линейная независимость функций. Вронскиан. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения однородного уравнения. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Лагранжа. Метод неопределенных коэффициентов. Принцип суперпозиции при решении линейных неоднородных дифференциальных уравнений n-го порядка.

3. Интегрирование функций нескольких переменных

Определение и условия существования двойного и тройного интегралов. Геометрическая трактовка двойного интеграла. Двойной интеграл в декартовых координатах. Расстановка пределов интегрирования и вычисление. Замена переменных в двойном интеграле. Криволинейные координаты. Полярные координаты, как один из видов криволинейных координат. Замена Якобиан. Переход к полярным координатам в двойном интеграле. Тройной интеграл в декартовых, цилиндрических и сферических координатах. Приложения двойных и тройных интегралов. Криволинейный интеграл первого рода и его вычисление. Криволинейные интегралы второго рода и их вычисление. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Поверхностный интеграл первого рода и его вычисление. Двусторонняя и односторонняя поверхности. Поверхностные 2-го рода. Вычисление поверхностных интегралов второго рода и их связь с поверхностными интегралами первого рода.

4. Элементы векторного анализа

Векторные функции скалярного аргумента. Скалярное и векторное поля. Поток векторного поля. Дивергенция. Формула Остроградского-Гаусса в векторной и скалярной формах. Соленоидальное векторное поле. Криволинейный интеграл в векторном поле. Циркуляция векторного поля. Ротор. Формула Стокса в векторной и скалярной формах.

3 семестр

1.Ряды

Числовой ряд. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость. Теорема Лейбница. Функциональный ряд. Область сходимости. Степенной ряд. Теорема Абеля. Радиус сходимости. Область сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Маклорена. Тригонометрический ряд Фурье для функции с периодом 2π. Тригонометрический ряд Фурье для четной и нечетной функций. Тригонометрический ряд Фурье для функции с периодом $2l$. Ряды Фурье по синусам и по косинусам.

2.Теория функций комплексного переменного.Преобразование Лапласа

Комплексные числа и действия над ними. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Извлечения корня n-й степени из комплексного числа. Понятие функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функции комплексного переменного. Элементарные функции комплексного переменного. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Производная. Аналитические функции. Интеграл от функции комплексного переменного по дуге. Теорема Коши для односвязной и многосвязной областей. Интеграл и первообразная. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Кольцо сходимости. Нули функции. Изолированные особые точки. Разложение функции в ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки. Вычет функции. Теорема о вычетах. Вычисление вычетов. Вычет функции в бесконечно удаленной точке. Применение вычетов к вычислению контурных и несобственных интегралов.

Преобразование Лапласа и его свойства. Оригинал и изображение. Дифференцирование и интегрирование оригинала и изображения. Теорема смещения. Теорема запаздывания. Теорема подобия. Восстановление оригинала по изображению. Свертка функций. Формула Дюамеля. Интегрирование дифференциальных уравнений операционным методом.

3. Элементы теории уравнений математической физики

Дифференциальные уравнения в частных производных. Основные понятия. Основные типы уравнений математической физики (волновое уравнение, уравнение теплопроводности, уравнение Лапласа). Вывод уравнения колебаний струны. Волновое уравнение. Краевые условия. Уравнение теплопроводности (уравнение распространения тепла в стержне).Уравнение Лапласа. Первая краевая задача (задачей Дирихле).Уравнение Лапласа. Вторая краевая задача (задачей Неймана).Уравнения в частных производных первого и второго порядков. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Каноническая форма уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов. Уравнения характеристик в дифференциальной форме. Аналитические методы решений уравнений первого и второго порядков. Метод Даламбера решения волнового уравнения для бесконечной струны.Распространение волн отклонения. Прямая бегущая волна. Обратная бегущая волна. Распространение волн импульса. Решение уравнения колебаний струны методом разделения переменных (метод Фурье). Собственные значения. Собственные функции.

3.3. Темы практических занятий

1 семестр

1. Матрицы. Действия над матрицами. Определители. Разложение определителя по элементам строки и столбца (1 час).
2. Нахождение обратной матрицы. Вычисление ранга матрицы (1 час).
3. Теорема Кронекера-Капелли. Решения систем линейных уравнений методом Гаусса (1 час).
4. Решения систем линейных уравнений по правилу Крамера, матричным методом (1 час).
5. Определение линейной зависимости и независимости элементов линейного пространства(1 час).
6. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Алгоритм нахождения собственных векторов(1 час).
7. Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Разложение вектора по базису. Направляющие косинусы вектора(1 час).
8. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов и их свойства (1 час).
9. Плоскость. Общее уравнение плоскости. Различные виды уравнений прямой в пространстве (1 час).
10. Эллипс. Гипербола. Парабола. Поверхности второго порядка(1 час).
11. Простейшие приёмы вычисления пределов. Предел числовой последовательности(1 час).
12. Применение замечательных пределов и их следствий для вычисления пределов(1 час).

13. Эквивалентные бесконечно малые функции, их применение при вычислении пределов. Комбинирование приемов вычисления пределов(1 час).
14. Исследование функции на непрерывность. Классификация точек разрыва (1 час).
15. Односторонние пределы функции в точке. Асимптоты графика функции (1 час).
16. Вычисление производных с помощью правил дифференцирования и таблицы производных (1 час).
17. Производные различных сложных функций. Дифференциал функции (1 час).
18. Логарифмическая производная. Производные и дифференциалы высших порядков (1 час).
19. Дифференцирование функции, заданной параметрически. Правило Лопиталя(1 час).
20. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена (1 час).
21. Исследование функции по первой производной и построение графика (1 час).
22. Полное исследование функции по первой производной и построение графика (1 час).
23. Простейшие приемы интегрирования. Метод подведения под знак дифференциала (1 час).
24. Метод подстановки. Метод выделения полного квадрата. Замена переменной в неопределенном интеграле (1 час).
25. Интегрирование по частям (1 час).
26. Интегрирование рациональных функций (1 час).
27. Интегрирование тригонометрических выражений (1 час).
28. Интегрирование иррациональных функций (1 час).
29. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница (1 час).
30. Вычисление определенного интеграла по частям. Замена переменной в определенном интеграле (1 час).
31. Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление длин дуг плоских кривых (1 час).
32. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Несобственные интегралы от неограниченных функций (1 час).

2 семестр

1. Функция нескольких переменных, ее область определения, график (1 час).
2. Частные производные. Полный и частные дифференциалы функции(1 час).
3. Производная по направлению. Градиент(1 час).
4. Производные сложных функций(1 час).
5. Производные неявно заданных функций. Касательная плоскость и нормаль к поверхности(1 час).
6. Частные производные и дифференциалы высших порядков(1 час).
7. Нахождение экстремумов функции нескольких переменных(1 час).
8. Наибольшее и наименьшее значения. Условный экстремум(1 час).
9. Дифференциальные уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными, в полных дифференциалах(1 час).
10. Дифференциальные уравнения первого порядка: однородные, линейные(1 час).
11. Дифференциальные уравнения первого порядка: однородные, в полных дифференциалах(1 час).
12. Дифференциальные уравнения высших порядков. Методы понижения порядка уравнения(1 час).
13. Линейная зависимость и линейная независимость функций. Вронскиан(1 час).
14. Однородные линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами(1 час).
15. Метод неопределенных коэффициентов(1 час).
16. Принцип суперпозиции при решении линейных неоднородных дифференциальных уравнений n-го порядка. Метод Лагранжа(1 час).
17. Сведение двойного интеграла к повторному. Смена пределов интегрирования(1 час).
18. Двойной интеграл в декартовых координатах. Расстановка пределов интегрирования и вычисление(1 час).
19. Двойной интеграл в полярных координатах. Обобщенные полярные координаты(1 час).

20. Вычисление площади. Вычисление массы плоской пластины. Вычисление объема криволинейного цилиндра(1 час).
21. Тройной интеграл в декартовых координатах(1 час).
22. Тройной интеграл в цилиндрических координатах(1 час).
23. Тройной интеграл в сферических координатах(1 час).
24. Вычисление объема тема. Вычисление массы тела(1 час).
25. Криволинейные интегралы 1-го рода(1 час).
26. Криволинейные интегралы 2-го рода(1 час).
27. Поверхностные интегралы 1-го рода(1 час).
28. Поверхностные интегралы 2-го рода(1 час).
29. Вычисление потока векторного поля через незамкнутую поверхность(1 час).
30. Дивергенция. Вычисление потока векторного поля по формуле Остроградского-Гаусса(1 час).
31. Циркуляция векторного поля. Работа сил поля(1 час).
32. Ротор. Вычисление циркуляции по формуле Стокса (1 час).

3 семестр

1. Сумма ряда. Необходимое условие сходимости ряда (1 час).
2. Признаки сходимости положительных рядов (1 час).
3. Знакочередующиеся и знакопеременные ряды. Теорема Лейбница(1 час).
4. Степенные ряды. Радиус сходимости. Область сходимости(1 час).
5. Разложение функций в ряды Тейлора и Маклорена(1 час).
6. Приближенные вычисления с помощью степенных рядов(1 час).
7. Тригонометрический ряд Фурье для функции с периодом 2π. Тригонометрический ряд Фурье для четной и нечетной функций(1 час).
8. Тригонометрический ряд Фурье для функции с периодом $2l$. Ряды Фурье по синусам и по косинусам(1 час).
9. Формы записикомплексного числа.Действия над комплексными числами(1 час).
10. Извлечения корня n-й степени из комплексного числа(1 час).
11. Степенная, показательная и логарифмическая функциикомплексного переменного. Выделение действительной и мнимой части(1 час).
12. Тригонометрические и гиперболические функции комплексного переменного. Выделение действительной и мнимой части(1 час).
13. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана(1 час).
14. Интеграл от функции комплексного переменного по дуге(1 час).
15. Ряд Лорана. Разложение функции комплексного переменного в ряд Лорана(1 час).
16. Нули функции. Определение порядка нуля(1 час).
17. Изолированные особые точки. Определение вида изолированной особой точки(1 час).
18. Вычисление вычета в зависимости от характера изолированной особой точки функции(1 час).
19. Применение вычетов к вычислению контурных и несобственных интегралов(1 час).
20. Преобразование Лапласа и его свойства(1 час).
21. Восстановление оригинала по известному изображению. Свертка функций. Формула Дюамеля(1 час).
22. Решение дифференциальных уравнений и систем операционным методом(1 час).
23. Решение простейших дифференциальных уравнений в частных производных(1 час).
24. Методы решенийдифференциальных уравнений в частных производных первого порядка(1 час).
25. Вывод уравнения колебаний струны. Волновое уравнение. Краевые условия(1 час).
26. Постановка задач для уравнений параболического типа(1 час).
27. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка(1 час).

28. Приведение дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка к каноническому виду(1 час).
29. Колебания бесконечной струны. Метод Даламбера(1 час).
30. Распространение волн отклонения. Прямая бегущая волна. Обратная бегущая волна. Распространение волн импульса(1 час).
31. Колебание струны с закрепленными концами. Метод разделения переменных Фурье(1 час).
32. Решение волнового уравнения методом разделения переменных Фурье(1 час).

3.4. Темы лабораторных работ

Лабораторные работы учебным планом не предусмотрены.

3.5. РГР

Тип РГР: расчетное задание.

Тематика расчетных заданий

1 семестр

Аналитическая геометрия. Линейная алгебра.Пределы.Дифференцирование. Интегралы.

2 семестр

Дифференциальные уравнения.Кратные интегралы. Векторный анализ.

3 семестр

Ряды. Теория функций комплексного переменного. Элементы уравнений математической физики

3.6. Тематика курсовыхпроектов/курсовых работ

Курсовой проект/курсовая работа учебным планом не предусмотрены.

3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)												Оценочное средство (тип и наименование)
		1 семестр					2 семестр				3 семестр			
		1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3	
Знать:														
определения и свойства матриц и определителей, действия над ними, понятие системы линейных уравнений и ее решения	ОПК-3.1	Х												Тест «Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений»
операции над векторами и их свойства, уравнения прямых и плоскостей	ОПК-3.1		Х											Тест «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»
понятие функции, способы задания, определение предела и непрерывности функции, методы вычисления пределов	ОПК-3.1			Х										Тест «Предел и непрерывность функции»
понятие производной, ее физический и геометрический смысл, дифференцирование сложной функции, приложения дифференциального исчисления	ОПК-3.1				Х									Тесты «Понятие производной. Нахождение производной» «Приложения дифференциального исчисления»
понятие неопределенного интеграла, основные методы интегрирования, понятие определенного интеграла, геометрические приложения определенного интеграла	ОПК-3.1					Х								Тесты «Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования», «Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница»
понятие функции нескольких переменных, частные производные, дифференцирование функции нескольких переменных	ОПК-3.2						Х							Тесты «Функции нескольких переменных, дифференцирование», «Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Частные производные высших порядков. Экстремумы»
понятие двойного, тройного, криволинейного и поверхностного интегралов и способы их вычисления, геометрические и физические приложения.	ОПК-3.2								Х					Тесты «Двойные интегралы. Приложения двойных интегралов», «Тройные интегралы в декартовых, цилиндрических и сферических координатах»,«Криволинейные и поверхностные интегралы»
понятие векторного и скалярного поля, потока и циркуляции векторного поля, методы их вычисления	ОПК-3.2									Х				Тест «Элементы векторного анализа»
понятие обыкновенного дифференциального уравнения, его решения, методы решения различных типов уравнений	ОПК-2.2							Х						Тесты «Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка»
понятие числового ряда и его сходимости, понятие функционального ряда, разложение функции в степенные ряды и Фурье	ОПК-3.2										Х			Тесты «Числовые ряды. Признаки сходимости положительных рядов», «Знакочередующиеся ряды. Степенные ряды», «Разложение функции в степенной ряд. Ряды Фурье»

понятие комплексного числа, функции комплексного переменного, дифференцирование и интегрирование функции комплексного переменного, разложение в ряды, нахождение вычетов	ОПК-3.2											X		Тесты «Комплексные числа», «Функции комплексного переменного. Дифференцирование и интегрирование» «Ряд Лорана. Изолированные особые точки. Вычеты»
основные типы уравнений математической физики, методы решения дифференциальных уравнений в частных производных первого и второго порядка	ОПК-3.2												X	Тесты «Основные типы уравнений математической физики», «Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка, их классификация»
Уметь:														
выполнять действия над матрицами и определителями, находить решение систем линейных уравнений	ОПК-3.1	X												Контрольная работа «Элементы линейной алгебры» Защита расчетного задания 1 (задача №1)
выполнять действия над векторами, составлять уравнения прямых и плоскостей	ОПК-3.1		X											Защита расчетного задания 1 (задача №2)
применять различные методы для вычисления пределов,исследовать функцию на непрерывность	ОПК-3.1			X										Контрольная работа «Пределы. Непрерывность» Защита расчетного задания 1 (задачи №3-4)
дифференцировать функцию однойдействительной переменной, анализировать функцию и ее график	ОПК-3.1				X									Контрольная работа «Дифференцирование функции одной действительной переменной» Защита расчетного задания 1 (задачи №5-6)
интегрировать функцию однойдействительной переменной	ОПК-3.1					X								Контрольная работа «Интегрирование функции одной действительной переменной», Защита расчетного задания 1 (задачи №7-8)
дифференцировать функцию несколькихдействительных переменных	ОПК-3.2						X							Контрольная работа «Функции нескольких переменных» Защита расчетного задания 2 (задачи №1-2)
интегрировать функцию несколькихдействительных переменных	ОПК-3.2								X					Контрольная работа «Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы» Защита расчетного задания 2 (задачи №6-8)
находить поток векторного поля через поверхность, вычислять циркуляцию векторного поля	ОПК-3.2									X				Защита расчетного задания 2 (задачи №9-10)
решать обыкновенные дифференциальные уравненияразличными методами	ОПК-3.2							X						Контрольная работа «Дифференциальные уравнения», Защита расчетного задания 2 (задачи №3-5)
исследовать на сходимость числовой ряд, раскладывать функцию в степенной ряд и ряд Фурье	ОПК-3.2										X			Контрольная работа «Ряды» Защита расчетного задания 3 (задачи №1-4)

выполнять действия с комплексными числами, применять, дифференцировать и интегрировать функцию комплексного переменного, раскладывать в ряд, находить вычеты, решать дифференциальные уравнения операционным методом	ОПК-3.2											X		Контрольная работа «Теория функций комплексного переменного» Защита расчетного задания 3 (задачи №5-9)
решать дифференциальные уравнения в частных производныхпервого порядка, приводить к каноническому виду дифференциальное уравнение второго порядка	ОПК-3.2												X	Контрольная работа «Дифференциальные уравнения в частных производных» Защита расчетного задания 3 (задача №10)
применять математический аппарат к решению прикладных задач	ОПК-3.2	X				X		X		X			X	Защита расчетного задания 1 (задачи №9-10) Защита расчетного задания 2 (задачи №11-12)

4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1. Текущий контроль успеваемости по дисциплине:

1 семестр

– тестирование:
1. Тест «Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений»
2. Тест «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»
3. Тест «Предел и непрерывность функции»
4. Тест «Понятие производной. Нахождение производной»
5. Тест «Приложения дифференциального исчисления»
6. Тест «Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования»
7. Тест «Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница»

– контрольные работы:
1. Контрольная работа «Элементы линейной алгебры»
2. Контрольная работа «Пределы. Непрерывность»
3. Контрольная работа «Дифференцирование функции одной действительной переменной»
4. Контрольная работа «Интегрирование функции одной действительной переменной»

– выполнение и защита расчетного задания №1

2 семестр

– тестирование:
1. Тест «Функции нескольких переменных, дифференцирование»
2. Тест «Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Частные производные высших порядков. Экстремумы»
3. Тест «Обыкновенные дифференциальные уравнения»
4. Тест «Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка»
5. Тест «Двойные интегралы. Приложения двойных интегралов»
6. Тест «Тройные интегралы в декартовых, цилиндрических и сферических координатах»
7. Тест «Криволинейные и поверхностные интегралы»
8. Тест «Элементы векторного анализа»

– контрольные работы:
1. Контрольная работа «Функции нескольких переменных»
2. Контрольная работа «Дифференциальные уравнения»
3. Контрольная работа «Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы»

– выполнение и защита расчетного задания №2

3 семестр

– тестирование:
1. Тест «Числовые ряды. Признаки сходимости положительных рядов»
2. Тест «Знакочередующиеся ряды. Степенные ряды»
3. Тест «Разложение функции в степенной ряд. Ряды Фурье»
4. Тест «Комплексные числа»
5. Тест «Функции комплексного переменного. Дифференцирование и интегрирование»
6. Тест «Ряд Лорана. Изолированные особые точки. Вычеты»
7. Тест «Основные типы уравнений математической физики»
8. Тест «Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка, их классификация»

– контрольные работы:

1. Контрольная работа «Ряды»
2. Контрольная работа «Теория функций комплексного переменного»
3. Контрольная работа «Дифференциальные уравнения в частных производных»

– выполнение и защита расчетного задания №3

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

4.2. Промежуточная аттестация по дисциплине (части дисциплины):

1 семестр

Экзамен.

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов филиала НИУ «МЭИ» в г. Волжском по совокупности результатов текущего контроля успеваемости и экзаменационной составляющей.

2 семестр

Экзамен.

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов филиала НИУ «МЭИ» в г. Волжском по совокупности результатов текущего контроля успеваемости и экзаменационной составляющей.

3 семестр

Экзамен.

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов филиала НИУ «МЭИ» в г. Волжском по совокупности результатов текущего контроля успеваемости и экзаменационной составляющей.

В приложение к диплому выносится оценка за 3 семестр.

Примечание: Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Печатные и электронные издания:

1. **Берман, Г. Н.** Сборник задач по курсу математического анализа [Электронный ресурс] : учеб.пособие / Г. Н. Берман. – 6-е изд., стер. - Электрон.текстовые дан. – СПб. : Лань, 2017. https://e.lanbook.com/book/89934#book_name
2. **Высшая математика**. Стандартные задачи с основами теории [Электронный ресурс]: учеб.пособие / А. Ю. Вдовин, Л. В. Михалева и др. – Электрон. текстовые дан. – СПб.: Издательство «Лань», 2009. https://e.lanbook.com/book/45
3. **Клетеник, Д. В.** Сборник задач по аналитической геометрии [Электронный ресурс] : учеб.пособие / Д. В. Клетеник ; под ред. Н. В. Ефимова. – 17-е изд., стер. – Электрон.текстовые дан. – СПб. : Лань, 2017. – https://e.lanbook.com/book/92615#book_name
4. **Кузнецов, Л. А.** Сборник задач по высшей математике. Типовые расчеты: учеб.пособие / Л. А. Кузнецов. – 5-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2005. – 240 с.
5. **Проскуряков, И. В.** Сборник задач по линейной алгебре [Электронный ресурс] : учеб.пособие / И. В. Проскуряков. – 14-е. изд., стер. – Электрон.текстовые дан. – СПб.: Лань, 2019. https://e.lanbook.com/book/114701
6. **Шипачев, В. С.**Высшая математика: учебник / В. С. Шипачёв. – 7-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2021. – 479 с.
7. **Краснов, М. Л.** Операционное исчисление. Теория устойчивости: Задачи и примеры с подробными решениями: [учеб.пособие] / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. – М.: Едиториал УРСС, 2020. – 176 с.

8. **Краснов, М. Л.** Функции комплексного переменного: Задачи и примеры с подробными решениями: [учеб.пособие] / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. – 3-е изд., испр. – М.: Едиториал УРСС, 2020. – 208 с.
9. **Сабитов, К. Б.** Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: учебник / К. Б. Сабитов. – Электрон.текстовые дан. – М.: Физматлит, 2013.https://e.lanbook.com/book/59660?category_pk=3145#book_name
10. **Соболева, Е. С.** Задачи и упражнения по уравнениям математической физики [Электронный ресурс] : учеб.пособие / Е. С. Соболева, Г. М. Фатеева. – Электрон. текстовые дан. – М.: Физматлит, 2012.https://e.lanbook.com/book/5295?category_pk=3145#book_name
11. **Усманов, Х. Х.** Обыкновенные дифференциальные уравнения: учеб.пособие / Х.Х. Усманов, Л.Г. Устинова. – Волжский: Филиал МЭИ в г. Волжском, 2013. – 92 с.
12. **Усманов, З. Д.** Ряды. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление: [учеб.пособие] / З. Д. Усманов, Х. Х. Усманов, Л. Г. Устинова. – 2-е изд., перераб. и доп. – Волжский: Филиал ГОУ ВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Волжском, 2005. – 130 с.
13. **Усманов, Х. Х.** Элементы векторного анализа: метод.указания / Х. Х. Усманов, Н. Г. Ходырева. – Волжский: Филиал ГОУВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Волжском, 2006. – 35 с.
14. **Усманов, Х. Х.** Элементы линейной алгебры: учеб.пособие / Х. Х. Усманов, Л. Г. Устинова. – Волжский: Филиал МЭИ в г. Волжском, 2011. – 273 с.
15. **Устинова, Л. Г.** Интегральное исчисление функций нескольких переменных (типовые расчеты): учеб.-метод. пособие / Л. Г. Устинова, Н. Г. Ходырева. – Филиал МЭИ в г. Волжском, 2012. – 63 с.
16. **Ходырева, Н. Г.** Ряды: учеб.-метод. пособие для самостоятельной работы студентов / Н.Г. Ходырева. – Волжский: Филиал ГОУ ВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Волжском, 2010. – 40 с.

5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

Windows / Операционные системы семейства Linux, Office / Российский пакет офисных программ.

5.3. Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Университетская информационная система «РОССИЯ» https://uisrussia.msu.ru

Справочно-правовая система «Гарант» http://www.garant.ru

База данных Scopus https://www.scopus.com

Портал открытых данных Российской Федерации https://data.gov.ru

База открытых данных Министерства труда и социальной защиты РФ https://rosmintrud.ru/opendata

База данных Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU https://elibrary.ru/

База данных профессиональных стандартов Министерства труда и социальной защиты РФ http://profstandart.rosmintrud.ru/

Базы данных Министерства экономического развития РФ http://www.economy.gov.ru

База открытых данных Росфинмониторинга http://www.fedsfm.ru/opendata

Федеральная государственная информационная система «Национальная электронная библиотека» https://нэб.рф

Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование» https://openedu.ru

Электронная база данных «Polpred.com Обзор СМИ» https://www.polpred.com

Официальный сайт Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии http://protect.gost.ru/

ЭБС Издательства «Лань» https://e.lanbook.com

ЭБС «Университетская библиотека Online» https://biblioclub.ru/

Электронная библиотека НТБ МЭИ https://ntb.mpei.ru/e-library/index.php.

ЭБС «Консультант студента» https://www.studentlibrary.ru/

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Лекционные и практические занятия проводятся в учебных аудиториях, снабженных мультимедийными средствами для интерактивного обучения, оборудованных наглядными пособиями, оборудованием для показа обучающих материалов, средствами звуковоспроизведения, доской аудиторной, оборудованием для представления презентаций (плазменная панель/проектор, персональный компьютер).

ПриложениеА

БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Высшая математика

(название дисциплины)

1 семестр

Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:

КМ-1 Тест «Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений»
КМ-2 Контрольная работа «Элементы линейной алгебры»
КМ-3 Тест «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»
КМ-4 Тест «Предел и непрерывность функции»
КМ-5 Контрольная работа «Пределы. Непрерывность»
КМ-6 Тест «Понятие производной. Нахождение производной»
КМ-7 Тест «Приложения дифференциального исчисления»
КМ-8 Контрольная работа «Дифференцирование функции одной действительной переменной»
КМ-9 Тест «Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования»
КМ-10 Тест «Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница»
КМ-11 Контрольная работа «Интегрирование функции одной действительной переменной»
КМ-12 Выполнение и защита расчетного задания №1

Вид промежуточной аттестации – экзамен.

Трудоемкость дисциплины = 6 з.е.

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4	КМ-5	КМ-6	КМ-7	КМ-8	КМ-9	КМ-10	КМ-11	КМ-12	экзамен
1	Элементы линейной алгебры		+	+										+	+
2	Векторная алгебра. Элементы аналитической геометрии				+									+	+
3	Теория пределов. Непрерывность (разрывы) функции					+	+							+	+
4	Функции одной переменной. Дифференцирование							+	+	+				+	+
5	Функции одной переменной. Интегрирование										+	+	+	+	+
	Минимальный балл за КМ		2	4	2	3	2	3	2	4	2	2	4	10	20
	Максимальный балл за КМ		4	6	4	4	4	4	4	6	4	4	6	10	40

2 семестр

Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:

КМ-1 Тест «Функции нескольких переменных, дифференцирование»
КМ-2 Тест «Касательная плоскость и нормаль к поверхность. Частные производные высших порядков. Экстремумы»
КМ-3 Контрольная работа «Функции нескольких переменных»
КМ-4 Тест «Обыкновенные дифференциальные уравнения»
КМ-5 Тест «Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка»
КМ-6 Контрольная работа «Дифференциальные уравнения»
КМ-7 Тест «Двойные интегралы. Приложения двойных интегралов»
КМ-8 Тест «Тройные интегралы в декартовых, цилиндрических и сферических координатах»
КМ-9 Тест «Криволинейные и поверхностные интегралы»

КМ-10 Контрольная работа «Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы»
КМ-11 Тест «Элементы векторного анализа»
КМ-12 Выполнение и защита расчетного задания №2

Вид промежуточной аттестации – экзамен.

Трудоемкость дисциплины = 6 з.е.

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4	КМ-5	КМ-6	КМ-7	КМ-8	КМ-9	КМ-10	КМ-11	КМ-12	экзамен
1	Функции нескольких переменных		+	+	+									+	+
2	Элементы теории обыкновенных дифференциальных уравнений					+	+	+						+	+
3	Интегрирование функций нескольких переменных								+	+	+	+		+	+
4	Элементы векторного анализа												+	+	+
	Минимальный балл за КМ		2	2	4	3	2	4	3	2	2	4	2	10	20
	Максимальный балл за КМ		4	4	6	4	4	6	4	4	4	6	4	10	40

3 семестр

Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:

КМ-1 Тест «Числовые ряды. Признаки сходимости положительных рядов»
КМ-2 Тест «Знакочередующиеся ряды.Степенные ряды»
КМ-3 Тест «Разложение функции в степенной ряд. Ряды Фурье»
КМ-4 Контрольная работа «Ряды»
КМ-5 Тест «Комплексные числа»
КМ-6 Тест «Функции комплексного переменного. Дифференцирование и интегрирование»
КМ-7 Тест «Ряд Лорана. Изолированные особые точки. Вычеты»
КМ-8 Контрольная работа «Теория функций комплексного переменного»
КМ-9 Тест «Основные типы уравнений математической физики»
КМ-10 Тест «Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка, их классификация»
КМ-11 Контрольная работа «Дифференциальные уравнения в частных производных»
КМ-12 Выполнение и защита расчетного задания №2

Вид промежуточной аттестации – экзамен.

Трудоемкость дисциплины = 6 з.е.

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4	КМ-5	КМ-6	КМ-7	КМ-8	КМ-9	КМ-10	КМ-11	КМ-12	экзамен
1	Ряды		+	+	+	+								+	+
2	Теория функций комплексного переменного. Преобразование Лапласа						+	+	+	+				+	+
3	Элементы теории уравнений математической физики										+	+	+	+	+
	Минимальный балл за КМ		2	2	2	4	2	3	3	4	2	2	4	10	20
	Максимальный балл за КМ		4	4	4	6	4	4	4	6	4	4	6	10	40

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»
Филиал ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» в г. Волжском

Направление подготовки: 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

Наименование образовательной программы: Экономика и инвестиции в электроэнергетике

Уровень образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Оценочные материалы по дисциплине

Б1.О.05 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Волжский 2023

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Коды индикаторов достижения компетенции	Оценочное средство (тип и наименование)
Знать:		
определения и свойства матриц и определителей, действия над ними, понятие системы линейных уравнений и ее решения	ОПК-2.1	Тест «Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений»
операции над векторами и их свойства, уравнения прямых и плоскостей	ОПК-2.1	Тест «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»
понятие функции, способы задания, определение предела и непрерывности функции, методы вычисления пределов	ОПК-2.1	Тест «Предел и непрерывность функции»
понятие производной, ее физический и геометрический смысл, дифференцирование сложной функции, приложения дифференциального исчисления	ОПК-2.1	Тесты «Понятие производной. Нахождение производной» «Приложения дифференциального исчисления»
понятие неопределенного интеграла, основные методы интегрирования, понятие определенного интеграла, геометрические приложения определенного интеграла	ОПК-2.2	Тесты «Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования», «Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница»
понятие функции нескольких переменных, частные производные, дифференцирование функции нескольких переменных	ОПК-2.2	Тесты «Функции нескольких переменных, дифференцирование», «Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Частные производные высших порядков. Экстремумы»
понятие двойного, тройного, криволинейного и поверхностного интегралов и способы их вычисления, геометрические и физические приложения	ОПК-2.2	Тесты «Двойные интегралы. Приложения двойных интегралов», «Тройные интегралы в декартовых, цилиндрических и сферических координатах», «Криволинейные и поверхностные интегралы»
понятие векторного и скалярного поля, потока и циркуляции векторного поля, методы их вычисления	ОПК-2.2	Тест «Элементы векторного анализа»
понятие обыкновенного дифференциального уравнения, его решения, методы решения различных типов уравнений	ОПК-2.2	Тесты «Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка»
понятие числового ряда и его сходимости, понятие функционального ряда, разложение функции в степенные ряды и Фурье	ОПК-2.2	Тесты «Числовые ряды. Признаки сходимости положительных рядов», «Знакочередующиеся ряды. Степенные ряды», «Разложение функции в степенной ряд. Ряды Фурье»

понятие комплексного числа, функции комплексного переменного, дифференцирование и интегрирование функции комплексного переменного, разложение в ряды, нахождение вычетов	ОПК-2.2	Тесты «Комплексные числа», «Функции комплексного переменного. Дифференцирование и интегрирование» «Ряд Лорана. Изолированные особые точки. Вычеты»
основные типы уравнений математической физики, методы решения дифференциальных уравнений в частных производных первого и второго порядка	ОПК-2.2	Тесты «Основные типы уравнений математической физики», «Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка, их классификация»
Уметь:		
выполнять действия над матрицами и определителями, находить решение систем линейных уравнений	ОПК-2.1	Контрольная работа «Элементы линейной алгебры» Защита расчетного задания 1 (задача №1)
выполнять действия над векторами, составлять уравнения прямых и плоскостей	ОПК-2.1	Защита расчетного задания 1 (задача №2)
применять различные методы для вычисления пределов, исследовать функцию на непрерывность	ОПК-2.1	Контрольная работа «Пределы. Непрерывность» Защита расчетного задания 1 (задачи №3-4)
дифференцировать функцию одной действительной переменной, анализировать функцию и ее график	ОПК-2.1	Контрольная работа «Дифференцирование функции одной действительной переменной» Защита расчетного задания 1 (задачи №5-6)
интегрировать функцию одной действительной переменной	ОПК-2.1	Контрольная работа «Интегрирование функции одной действительной переменной», Защита расчетного задания 1 (задачи №7-8)
дифференцировать функцию нескольких действительных переменных	ОПК-2.2	Контрольная работа «Функции нескольких переменных» Защита расчетного задания 2 (задачи №1-2)
интегрировать функцию нескольких действительных переменных;	ОПК-2.2	Контрольная работа «Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы» Защита расчетного задания 2 (задачи №6-8)
находить поток векторного поля через поверхность, вычислять циркуляцию векторного поля	ОПК-2.2	Защита расчетного задания 2 (задачи №9-10)
решать обыкновенные дифференциальные уравнения различными методами	ОПК-2.2	Контрольная работа «Дифференциальные уравнения», Защита расчетного задания 2 (задачи №3-5)
исследовать на сходимость числовой ряд, раскладывать функцию в степенной ряд и ряд Фурье	ОПК-2.2	Контрольная работа «Ряды» Защита расчетного задания 3 (задачи №1-4)
выполнять действия с комплексными числами, применять, дифференцировать и интегрировать функцию комплексного переменного, раскладывать в ряд, находить вычеты, решать дифференциальные уравнения операционным методом	ОПК-2.2	Контрольная работа «Теория функций комплексного переменного» Защита расчетного задания 3 (задачи №5-9)

решать дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка, приводить к каноническому виду дифференциальное уравнение второго порядка	ОПК-2.2	Контрольная работа «Дифференциальные уравнения в частных производных» Защита расчетного задания 3 (задача №10)
применять математический аппарат к решению прикладных задач	ОПК-2.2	Защита расчетного задания 1 (задачи №9-10) Защита расчетного задания 2 (задачи №11-12)

Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

Тест «Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений»

Тест состоит из 12 вопросов. Время выполнения 15 минут.
Пример варианта теста:

1. Диагональной является матрица

а) $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 0 & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 0 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}$.

2. Побочную диагональ квадратной матрицы $A = \|a_{ij}\|$ порядка n образуют элементы

а) $a_{11}, a_{22}, ..., a_{nn}$; б) $a_{1n}, a_{2\,n-1}, ..., a_{n1}$;
в) $a_{11}, a_{12}, ..., a_{1n}$; г) $a_{1n}, a_{1\,n-1}, ..., a_{11}$.

3. Если к элементам одного из столбцов определителя прибавить соответствующие элементы любого другого столбца, умноженные на фиксированное число, то
а) определитель станет равным нулю;
б) определитель не изменится;
в) определитель поменяет знак на противоположный;
г) весь определитель умножится на это число.

4. Если две строки определителя одинаковы, то
а) определитель равен нулю;
б) определитель равен единице;
в) определитель положителен;
г) определитель отрицателен.

5. Если матрицы A и A^{-1} порядка n взаимообратные, то ихпроизведение $A \cdot A^{-1}$ равно
а) нулевой матрице порядка n;
б) матрице порядка n, у которой все элементы равны 1;
в) единичной матрице порядка n;
г) диагональной матрице порядка n.

6. Решение матричного уравнения $A \cdot X = B$ имеет вид:
а) $X = B \cdot A^{-1}$; б) $X = A \cdot B^{-1}$;
в) $X = A^{-1} \cdot B$; г) $X = B^{-1} \cdot A$.

7. Рангом любой прямоугольной матрицы называется
а) количество строк матрицы;
б) количество столбцов матрицы;
в) количество ненулевых миноров матрицы;
г) наивысший порядок отличных от нуля миноров матрицы.

8. Ступенчатой является матрица

а) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -4 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -4 & 6 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -4 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 7 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 \end{pmatrix}$.

9. Система линейных уравнений называется несовместной, если

а) имеет бесконечное множество решений;
б) имеет единственное решение;
в) имеет два различных решения;
г) не имеет решений.

10. Основной матрицей системы линейных уравнений $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m, \end{cases}$ является матрица:

а) $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$; б) $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix}$; в) $B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_m \end{pmatrix}$;

г) $\overline{A} = \left(\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} & b_2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} & b_m \end{array}\right)$.

11. При решении системы линейных уравнений методом Гаусса необходимо

а) транспонировать основную матрицу системы;
б) найти матрицу, обратную к основной матрице системы;
в) привести расширенную матрицу системы к ступенчатому виду;
г) умножить основную матрицу системы на столбец свободных членов.

12. Система m линейных уравнений с n неизвестными имеет единственное решение, если

а) $rang\,A \neq rang\,\overline{A}$; б) $rang\,A = rang\,\overline{A} = n$;

в) $rang\,A = rang\,\overline{A} < n$; г) $rang\,A = rang\,\overline{A} > n$,

где A и $\overline{A}$ – соответственно основная и расширенная матрицы системы.

По результатам тестирования выставляется:

– 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
– 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
– 2 балла, если правильно выполнено не менее 50% заданий

Тест «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»

Тест состоит из 12 вопросов. Время выполнения 15 минут.

Пример варианта теста:

1. Векторы называются коллинеарными,

   а) если существует прямая, которой они параллельны;
   б) если существует плоскость, которой они параллельны;
   в) если угол между этими векторами равен 90°;
   г) если вектора лежат на пересекающихся прямых.

2. Если $A=(x_1, y_1, z_1)$ и $B=(x_2, y_2, z_2)$, то координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ определяются формулами

   а) $\overrightarrow{AB}=\{x_2+x_1, y_2+y_1, z_2+z_1\}$;
   б) $\overrightarrow{AB}=\{x_2-x_1, y_2-y_1, z_2-z_1\}$;
   в) $\overrightarrow{AB}=\{x_2\cdot x_1, y_2\cdot y_1, z_2\cdot z_1\}$;
   г) $\overrightarrow{AB}=\{(x_2-x_1)^2, (y_2-y_1)^2, (z_2-z_1)^2\}$.

3. Ортом вектора $\vec{a}$ называется

   а) вектор, коллинеарный вектору $\vec{a}$ и одинаково направленный с ним;
   б) единичный вектор, коллинеарный вектору $\vec{a}$;
   в) единичный вектор, коллинеарный вектору $\vec{a}$ и одинаково направленный с ним;
   г) единичный вектор, коллинеарный вектору $\vec{a}$ и противоположно направленный с ним.

4. Если $\vec{a}=\{x, y, z\}$, то разложение вектора $\vec{a}$ по базису $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ имеет вид:

   а) $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$;
   б) $\vec{a}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$;
   в) $\vec{a}=x\vec{i}-y\vec{j}-z\vec{k}$;
   г) $\vec{a}=x^2\vec{i}+y^2\vec{j}+z^2\vec{k}$.

5. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ ортогональны тогда и только тогда, когда

   а) их скалярное произведение положительно;
   б) их скалярное произведение отрицательно;
   в) их скалярное произведение равно нулю;
   г) их скалярное произведение равно единице.

6. Векторным произведением вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b}$ является вектор $\vec{c}$, длина которого равна

   а) площади квадрата со стороной $|\vec{a}|+|\vec{b}|$;
   б) площади прямоугольника со сторонами, равными $|\vec{a}|$ и $|\vec{b}|$;
   в) площади треугольника, построенного на приведенных к общему началу векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
   г) площади параллелограмма построенного на приведенных к общему началу векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

7. Вектор $\vec{a}=\{x_1, y_1, z_1\}$ коллинеарен вектору $\vec{b}=\{x_2, y_2, z_2\}$, если

   а) $\frac{x_1}{x_2}+\frac{y_1}{y_2}+\frac{z_1}{z_2}=0$;
   б) $\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}=\frac{z_1}{z_2}$;
   в) $x_1x_2=y_1y_2=z_1z_2$;
   г) $\frac{x_1}{x_2}=-\frac{y_1}{y_2}=-\frac{z_1}{z_2}$.

8. Если векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ заданы своими координатами $\vec{a}=\{x_1, y_1, z_1\}$, $\vec{b}=\{x_2, y_2, z_2\}$, $\vec{c}=\{x_3, y_3, z_3\}$ то смешанное произведение векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ определяется формулой

а) $(\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}) = x_1x_2x_3 + y_1y_2y_3 + z_1z_2z_3$;

б) $(\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}) = (x_1 + x_2 + x_3)\cdot(y_1 + y_2 + y_3)\cdot(z_1 + z_2 + z_3)$;

в) $(\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}) = \begin{vmatrix} x_2 & y_2 & z_2 \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$; г) $(\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$.

9. Уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ перпендикулярно вектору $\overrightarrow{N} = \{A, B, C\}$, имеет вид:

а) $A(x + x_0) + B(y + y_0) + C(z + z_0) = 0$;

б) $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$;

в) $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) + D = 0$;

г) $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) - D = 0$.

10. Пусть две плоскости π_1 и π_2 заданы общими уравнениями:

$$\pi_1 : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,\ \pi_2 : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0.$$

Условие параллельности плоскостей имеет вид:

а) $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2}$; б) $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$;

в) $\dfrac{A_1}{A_2} + \dfrac{B_1}{B_2} + \dfrac{C_1}{C_2} = 0$; г) $A_1A_2 = B_1B_2 = C_1C_2$.

11. Пусть прямая L проходит через две точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ и $M_2(x_2, y_2, z_2)$. Тогда ее уравнение имеет вид:

а) $\dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \dfrac{z - z_1}{z_2 - z_1}$;

б) $\dfrac{x - x_1}{x_2} = \dfrac{y - y_1}{y_2} = \dfrac{z - z_1}{z_2}$;

в) $\dfrac{x - x_1}{x - x_2} = \dfrac{y - y_1}{y - y_2} = \dfrac{z - z_1}{z - z_2}$;

г) $\dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1} + \dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1} + \dfrac{z - z_1}{z_2 - z_1} = 0$.

12. Пусть прямые в пространстве L_1 и L_2 заданы своими каноническими уравнениями

$$L_1 :\ \frac{x - x_1}{l_1} = \frac{y - y_1}{m_1} = \frac{z - z_1}{n_1},\ L_2 :\ \frac{x - x_2}{l_2} = \frac{y - y_2}{m_2} = \frac{z - z_2}{n_2}.$$

Условие перпендикулярности прямых L_1 и L_2 имеет вид:

а) $l_1 \cdot l_2 = m_1 \cdot m_2 = n_1 \cdot n_2$; б) $\dfrac{l_1}{l_2} + \dfrac{m_1}{m_2} + \dfrac{n_1}{n_2} =$;

в) $l_1 \cdot l_2 + m_1 \cdot m_2 + n_1 \cdot n_2 = 0$; г) $\dfrac{l_1}{l_2} = \dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{n_1}{n_2}$.

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
- 2 балл, если правильно выполнено не менее 50% заданий

Тест «Предел и непрерывность функции»

Тест состоит из 12 вопросов. Время выполнения 15 минут.
Пример варианта теста:

1. На множестве X задана функция $y = f(x)$, если каждому числу x из промежутка X по некоторому закону f поставлено в соответствие
   а) хотя бы одно значение y;
   б) ни одного значения y;
   в) единственное значение y;
   г) бесконечное множество значений y.

2. Число a называется пределом функции $f(x)$ при $x \to +\infty$, если для любого $\varepsilon > 0$ существует такое число M, что для всех значений x, больших M, выполняется неравенство
   а) $|f(x)| < \varepsilon$; б) $|f(x)| > \varepsilon$;
   в) $|f(x) - a| < \varepsilon$; г) $|f(x) - a| > \varepsilon$

3. Число A называется правым пределом функции $f(x)$ в точке x_0, если для любой сходящейся к x_0 последовательности $\{x_n\}$, соответствующая последовательность $\{f(x_n)\}$ значений функции $f(x)$ сходится к A **при условии**
   а) элементы последовательности $\{x_n\}$ больше x_0;
   б) элементы последовательности $\{x_n\}$ меньше x_0;
   в) элементы последовательности $\{x_n\}$ могут быть, как больше, так и меньше x_0;
   г) элементы последовательности $\{x_n\}$ равны x_0.

4. Вторым замечательным пределом является предел:
   а) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = 0$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$;
   в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = 1$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+x)^{1/x} = e$.

5. Пусть функции $f(x)$ и $g(x)$ определены в $\delta(x_0) = (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ – некоторой δ-окрестности точки x_0, за исключением, может быть, самой точки x_0. Если $A = \lim\limits_{x\to x_0} f(x)$, $B = \lim\limits_{x\to x_0} g(x)$ и $f(x) \le g(x)\ \forall\, x \in \delta(x_0)$, то
   а) $A > B$; б) $A \ge B$;
   в) $A < B$; г) $A \le B$.

6. Если $\alpha(x) \sim \alpha_1(x)$ и $\beta(x) \sim \beta_1(x)$ при $x \to x_0$ и существует предел $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$, то существует и предел
   а) $\lim\limits_{x\to x_0}\alpha_1(x)\cdot\beta_1(x)$; б) $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{\alpha_1(x)}{\beta_1(x)}$;
   в) $\lim\limits_{x\to x_0}\alpha_1(x)+\beta_1(x)$; г) $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{\beta_1(x)}{\alpha_1(x)}$.

7. Пусть $\alpha(x) \to 0$ при $x \to x_0$. Выберете соотношение, которое **не** является эквивалент-

ностью:

а) $\sin\alpha(x)\sim\alpha(x)$;б) $tg\,\alpha(x)\sim\alpha(x)$;

в) $\cos\alpha(x)\sim\alpha(x)$;г) $arctg\,\alpha(x)\sim\alpha(x)$.

8. Точка x_0 называется точкой разрыва с конечным скачком функции $f(x)$, если

а) $\lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)\neq \lim\limits_{x\to x_0-0} f(x)$

б) $\lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)= \lim\limits_{x\to x_0-0} f(x)$

в) $\lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)= \lim\limits_{x\to x_0-0} f(x)\neq f(x_0)$;

г) $\lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)\neq \lim\limits_{x\to x_0-0} f(x)=f(x_0)$.

9. Пусть функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a,b]$, причем $f(a)=A$, $f(b)=B$. Пусть далее $C-$ любое число, заключенное между A и B. Тогда на отрезке $[a,b]$ найдется такая точка c, что

а) $f(c)=a$; б) $f(c)=C$;

в) $f(c)=b$; г) $f(c)=0$.

10. Согласно первой теореме Вейерштрасса, если функция $f(x)$ определена и непрерывна на отрезке $[a,b]$, то она

а) постояннанаэтом отрезке;

б) возрастает на этом отрезке.

в) ограничена на этом отрезке;

г) не ограничена на этом отрезке.

11. Последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно большой, если для любого положительного числа M существует номер N, такой, что все члены последовательности с номерами, большими N удовлетворяют неравенству:

а) $|x_n|>M$; б) $|x_n|<M$;

в) $|x_n|=M$; г) $|x_n|\neq M$.

12. Пусть при $x\to x_0$ $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ являются бесконечно малыми функциями. Функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ являютсяэквивалентными бесконечно малыми функциями, если

а) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=0$; б) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=1$;

в) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=\infty$; г) $\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=0$.

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;

Тест «Понятие производной. Нахождение производной»

Тест состоит из 12 вопросов. Время выполнения 15 минут.
Пример варианта теста:

1. Производной функции $y=f(x)$ в точке x_0 называется предел (если он существует):

а) $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta y}$; б) $\lim\limits_{\Delta y\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$;

в) $\lim\limits_{\Delta y\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta y}$; г) $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

2. Если функция $y = f(x)$ имеет в точке x_0 производную, то она равна $tg\varphi_0$, где φ_0 –

а) угол наклона касательной в точке $M(0,0))$ к оси Ox;

б) угол наклона касательной в точке $M(x_0, f(x_0))$ к оси Ox;

в) угол наклона касательной в точке $M(0,0))$ к оси Oy;

г) угол наклона касательной в точке $M(x_0, f(x_0))$ к оси Oy.

3. Дифференциалом функции $y = f(x)$ в точке x_0 называется

а) $dy = \alpha(\Delta x)\Delta x$; б) $dy = A + \Delta x$;

в) $dy = A\Delta x$; г) $dy = A\Delta x + \alpha(\Delta x)\Delta x$.

4. Выберете **неверное** равенство:

а) $(a^x)' = a^x \ln a$; б) $(\cos x)' = -\sin x$;

в) $(e^x)' = e^x$; г) $(\log_a x)' = \frac{1}{x}$.

5. Выберете **верное** равенство:

а) $(\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x$; б) $(\sin x)' = -\cos x$;

в) $(arcctgx)' = \frac{1}{1+x^2}$; г) $(\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

6. Если на промежутке X определена функция $y = f(x)$ с множеством значений Y, а на множестве Y определена функция $z = g(y)$ с множеством значений Z, то сложнаяфункцияот переменной x имеет вид:

а) $z = g(f(x))$; б) $z = g(y)\cdot f(x)$;

в) $z = f(g(y))$; г) $z = \frac{g(y)}{f(x)}$.

7. Функция называется возрастающей на промежутке X, если для любых значений $x_1, x_2 \in X$ справедливо:

а) $x_1 < x_2 \ \Rightarrow\ f(x_1) < f(x_2)$; б) $x_1 < x_2 \ \Rightarrow\ f(x_1) > f(x_2)$;

в) $x_1 < x_2 \ \Rightarrow\ f(x_1) = f(x_2)$; г) $x_1 = x_2 \ \Rightarrow\ f(x_1) = f(x_2)$.

8. Пусть для функции $y = f(x)$ на множестве ее значений Y существует однозначная, строго монотонная и непрерывная обратная функция $x = \varphi(y)$. И существует производная $f'(x_0) \neq 0$, то

а) $\varphi'(y_0) = f'(x_0)$; б) $\varphi'(y_0) = -f'(x_0)$;

в) $\varphi'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$; г) $\varphi'(y_0) = -\frac{1}{f'(x_0)}$.

9. Логарифмическая производная функции $f(x)$ имеет вид:

а) $(\ln|f(x)|)' = \frac{1}{f(x)}$; б) $(\ln|f(x)|)' = \frac{f'(x)}{|f(x)|}$;

в) $(\ln|f(x)|)' = f'(x)$;г) $(\ln|f(x)|)' = \dfrac{f'(x)}{f(x)}$.

10. Производная n -го порядка имеет вид:

а) $y^n = \left(y^{n-1}\right)'$; б) $y^{(n-1)} = \left(y^{(n)}\right)'$;

в) $y^{(n)} = \left(y^{(n-1)}\right)'$; г) $y^{n-1} = \left(y^n\right)'$.

11. Пусть функции $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$ определены и дифференцируемы на некотором промежутке T, и пусть X – множество значений функции $x = \varphi(t)$, причем $\varphi'(t) \neq 0$ на T. Тогда производная сложной функции $y = \psi(\varphi^{-1}(x))$ выражается формулой:

а) $y'(x) = \left.\dfrac{\psi(t)}{\varphi(t)}\right|_{t=\varphi^{-1}(x)}$; б) $y'(x) = \left.\dfrac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}\right|_{t=\varphi^{-1}(x)}$;

в) $y'(x) = \left.\dfrac{\psi(t)}{\varphi'(t)}\right|_{t=\varphi^{-1}(x)}$; г) $y'(x) = \left.\dfrac{\psi'(t)}{\varphi(t)}\right|_{t=\varphi^{-1}(x)}$.

12. Выберите верное равенство:

а) $dx = f'(x)dy$; б) $dy = f'(x)dx$;

в) $dx = f(x)dy$; г) $dy = f(x)dx$.

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;

Тест «Приложения дифференциального исчисления»

Тест состоит из 12 вопросов. Время выполнения 15 минут.
Пример варианта теста:

1. Геометрически теорема Ферма означает, что если дифференцируемая в точке x_0 функция $f(x)$ имеет в этой точке наибольшее или наименьшее значение, то в точке $(x_0, f(x_0))$

а) касательная к графику функции $f(x)$ параллельна оси Ox;

б) касательная к графику функции $f(x)$ параллельна оси Oy;

в) касательная к графику функции $f(x)$ пересекает ось Ox под углом 45°;

г) не существует.

2. **Теорема Ролля.** Пусть на отрезке $[a,b]$ определена функция $f(x)$, причем: 1) $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$; 2) $f(x)$ дифференцируема на интервале (a,b); 3) $f(a) = f(b)$. Тогда

а) существует точка $c \in (a,b)$: $f'(c) \neq 0$;

б) существует точка $c \in (a,b)$: $f(c) = 0$;

в) существует точка $c \in (a,b)$: $f'(c) = 0$;

г) существует точка $c \notin (a,b)$: $f'(c) = 0$.

3. **Теорема Коши.** Пусть функции $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны на $[a,b]$ и дифференцируемы на (a,b), причем $g'(x) \neq 0$. Тогда существует точка $c \in (a,b)$ такая, что

а) $f(b) - f(a) = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}(b-a)$; б) $f(b) - f(a) = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}[g(b) - g(a)]$;

в) $f(b)-f(a)=\dfrac{f(c)}{g(c)}\left[g(b)-g(a)\right]$; г) $\left(b-a\right)=\dfrac{f'(c)}{g'(c)}\left[g(b)-g(a)\right]$.

4. Отношение $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ называется неопределенностью вида $\dfrac{\infty}{\infty}$ при $x\to a$, если

а) функции $f(x)$ и $g(x)$ – бесконечно малые в точке $x=a$;

б)функции $f(x)$ и $g(x)$ – бесконечно большие в точке $x=a$;

в) функции $f(x)$ и $g(x)$ не ограничены в некоторой окрестности точки $x=a$;

г) функции $f(x)$ и $g(x)$ ограничены в некоторой окрестности точки $x=a$.

5. Общий член формулы Маклорена имеет вид:

а) $\dfrac{f(0)}{n!}x^n$; б) $\dfrac{f^{(n)}(x_0)}{n!}x^n$; в) $\dfrac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$; г) $\dfrac{f^{(n)}(0)}{n!}x$.

6. Формула Маклорена с общим членом в форме Пеано для функции $y=\sin x$:

а) $\sin x = x-\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^3}{3!}+\ldots+(-1)^{n-1}\dfrac{x^{2n}}{n!}+o(x^n)$;

б) $\sin x = x-\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^5}{5}+\ldots+(-1)^{n-1}\dfrac{x^{2n-1}}{2n-1}+o(x^{2n})$;

в) $\sin x = 1-\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^4}{4!}+\ldots+(-1)^{n-1}\dfrac{x^{2n}}{(2n)!}+o(x^{2n})$;

г) $\sin x = x-\dfrac{x^3}{3!}+\dfrac{x^5}{5!}+\ldots+(-1)^{n-1}\dfrac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}+o(x^{2n})$.

7. Если функция $f(x)$ дифференцируема на (a,b) и $f'(x)\ge 0\ \forall x\in(a,b)$, то $f(x)$

а) убывает на (a,b);

б) не убывает на (a,b);

в) постоянна на (a,b);

г) и возрастает и убывает на (a,b).

8. Точка x_0 называется точкой локального минимума функции $f(x)$, если

а) $\exists\,\delta>0 \mid \forall\, x\in u(x_0,\delta)\colon\ f(x)<f(x_0)$;

б) $\exists\,\delta>0 \mid \forall\, x\in u(x_0,\delta)\colon\ f(x)>f(x_0)$;

в) $\exists\,\delta>0 \mid \forall\, x\in u(x_0,\delta)\colon\ f(x)=f(x_0)$;

г) $\exists\,\delta>0 \mid \forall\, x\in u(x_0,\delta)\colon\ f(x)\ne f(x_0)$.

9. Если x_0 является точкой экстремума функции $f(x)$ и существует $f'(x_0)$, то необходимо, чтобы

а) $f'(x_0)>0$; б) $f'(x_0)<0$;

в) $f'(x_0)=0$; г) $f'(x_0)=1$.

10. График функции $y=f(x)$ имеет на интервале (a,b) выпуклость, направленную вверх, если

а)кривая $y=f(x)$ расположена выше любой касательной, проведенной к ней;

б) кривая $y=f(x)$ расположена ниже любой касательной, проведенной к ней;

в) кривая $y=f(x)$ переходит с одой стороны касательной на другую сторону;

г) кривая $y=f(x)$ совпадает с касательной.

11. Если функция $y = f(x)$ имеет на интервале (a, b) неотрицательную вторую производную $f''(x) \geq 0$, то

а) то график этой функции возрастаетна (a, b);

б) то график этой функции убываетна (a, b);

в) то график этой функции имеет на (a, b) выпуклость, направленную вниз;

г) то график этой функции имеет на (a, b) выпуклость, направленную вверх.

12. Пусть функция $y = f(x)$ имеет вторую производную в некоторой окрестности точки x_0. Тогда график функции $y = f(x)$ имеет перегиб в точке $M(x_0, f(x_0))$, если

а) в пределах указанной окрестности $f''(x)$ имеет разные знаки слева и справа от точки x_0;

б) в пределах указанной окрестности $f''(x)$ имеет одинаковые знаки слева и справа от точки x_0;

в) в пределах указанной окрестности $f'(x)$ имеет разные знаки слева и справа от точки x_0;

г) в пределах указанной окрестности $f''(x) = 0$.

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
- 2 балл, если правильно выполнено не менее 50% заданий

Тест «Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования»

Тест состоит из 12 вопросов. Время выполнения 15 минут.
Пример варианта теста:

1. Неопределенным интегралом от функции $y = f(x)$ называется

а) совокупность всех первообразных функции $f(x)$;

б) совокупность всех дифференциалов функции $f(x)$.

в) одна из первообразных функции $f(x)$;

г) дифференциал функции $f(x)$.

2. Отметьте верное утверждение:

а) $\int a f(x)dx = \int f(x)dx$;

б) $\int f(ax+b)dx = F(ax+b) + C$;

в) $\int f(x) \cdot g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$;

г) $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$.

3. Пусть $F(x)$ – первообразная для функции $f(x)$ на промежутке X. Для того чтобы другая функция $\Phi(x)$ была первообразнойдля $f(x)$ на промежутке X, необходимо и достаточно, чтобы существовала постоянная C, такая что

а) $\Phi(x) = F(Cx)$; б) $\Phi(x) = C \cdot F(x)$;

в) $\Phi(x) = [F(x)]^C$; г) $\Phi(x) = F(x) + C$.

4. Если справедливо равенство $\int f(x)dx = F(x) + C$, то

а) $F(x) = f(x)$; б) $F(x) = f'(x)$;

в) $F'(x) = -f(x)$; г) $F'(x) = f(x)$;

5. Выберете **неверное** равенство:

а) $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C$; б) $\int a^x dx = \frac{x}{\ln a} + C$;

в) $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$; г) $\int \frac{dx}{1+x^2} = arctgx + C$.

6. Выберете **верное** равенство:

а) $\int \cos x dx = -\sin x + C$; б) $\int \frac{dx}{1+x^2} = \arcsin x + C$;

в) $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$; г) $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$.

7. Если $x = \varphi(t)$ – непрерывно дифференцируемая функция, то формула замены переменной в неопределенном интеграле $\int f(x)dx$ имеет вид:

а) $\int f(x)dx = \int f(\varphi(t))\ \varphi'(t)\,dt$; б) $\int f(x)dx = \int f(\varphi(t))\ dt$;

в) $\int f(x)dx = \int f(\varphi(t))\ \varphi(t)\,dt$; г) $\int f(x)dx = \int f(t)\ \varphi'(t)\,dt$.

8. Пусть функции $u(x)$ и $v(x)$ – дифференцируемые функции на некотором промежутке X, и пусть функция $u'(x)v(x)$ интегрируема на X. Тогда верно

а) $\int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) + \int u'(x)v(x)dx$;

б) $\int u(x)v(x)dx = u(x)v(x) - \int u(x)v(x)dx$;

в) $\int u(x)v'(x)dx = u'(x)v'(x) - \int u'(x)v(x)dx$;

г) $\int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)dx$.

9. При вычислении интеграла $\int x\sin x\, dx$ в качестве функции u нужно принять:

а) $u = x$; б) $u = \sin x$;

в) $u = x\sin x$; г) $u = x\sin x\, dx$.

10. В интеграле $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ под знак дифференциала нужно внести функцию:

а) $u = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$; б) $u = \arcsin x$;

в) $u = \sqrt{1-x^2}$; г) $u = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$.

11. Выберите из следующих вариантов простейшую дробь:

а) $\frac{B}{x^2 + px + q}$; б) $\frac{Bx^2 + C}{x^2 + px + q}$;

в) $\frac{Bx + C}{x^2 + px + q}$; г) $\frac{Bx^2 + Cx}{x^2 + px + q}$;

12. Выберитеверное равенство:

а) $\int \frac{A}{x-a}dx = A\ln|x-a| + C$;

б) $\int \frac{A}{x-a}dx = \frac{1}{A}\ln|x-a| + C$;

в) $\int \frac{A}{x-a}dx = \ln|x-a| + C$;

г) $\int \frac{A}{x-a}dx = (x-a)^2 + C$.

По результатам тестирования выставляется:

– 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
– 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
– 2 балл, если правильно выполнено не менее 50% заданий

Тест «Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница»

Тест состоит из 12 вопросов. Время выполнения 15 минут.
Пример варианта теста:

1. Интегральной суммой для функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$, соответствующей данному разбиению и выбору промежуточных точек ξ_i называется

   а) $\sigma = \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)$ б) $\sigma = \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i$

   в) $\sigma = \sum_{i=1}^{n} \Delta x_i$ г) $\sigma = \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta \xi_i$

2. Пусть m_i – наименьшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[x_{i-1}, x_i]$, M_i – наибольшее значение функции на указанном отрезке. Нижней суммой Дарбу называется

   а) $s = \sum_{i=1}^{n} m_i$ б) $s = \sum_{i=1}^{n} M_i$

   в) $s = \sum_{i=1}^{n} M_i \Delta x_i$ г) $s = \sum_{i=1}^{n} m_i \Delta x_i$

3. Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, то
   а)она монотонно возрастает на этом отрезке;
   б) она монотонно убывает на этом отрезке;
   в) она интегрируема на этом отрезке;
   г) она не интегрируема на этом отрезке.

4. Если ограниченная на отрезке $[a, b]$ функция $f(x)$ имеем на этом отрезке лишь конечное число разрывов, то
   а)она дифференцируемана$[a, b]$;
   б) она интегрируема на$[a, b]$;
   в) она не интегрируема на$[a, b]$;
   г) она определенана$[a, b]$.

5. Пусть функции $f(x)$ и $g(x)$ интегрируемы на отрезке$[a, b]$, $a < c < b$. Выберите **верное** равенство:

а) $\int_a^b f(x)\,dx = \int_b^c f(x)\,dx - \int_c^a f(x)\,dx$ б) $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx - \int_c^b f(x)\,dx$

в) $\int_a^b f(x)\,dx = \int_b^c f(x)\,dx + \int_c^a f(x)\,dx$ г) $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$

6. Справедливо свойство: $\int_a^b f(x)\,dx \le \int_a^b g(x)\,dx$, если

а) $f(a) \le g(b)$;
б) $f(c) \le g(c)$, где $c \in [a, b]$;
в) $f(x) \le g(x)\ \forall\, x \in [a, b]$;
г) $f(a) \le g(a)$ и $f(b) \le g(b)$.

7. Если $m \le f(x) \le M\ \forall\, x \in [a, b]$, то $\exists\, \mu \in [m, M]$, такое что,

а) $\int_a^b f(x)\,dx = \mu$;

б) $\int_a^b f(x)\,dx = (b-a)$;

в) $\int_a^b f(x)\,dx = \mu(b-a)$;

г $\int_a^b f(x)\,dx = \dfrac{\mu}{b-a}$.

8. Правило замены переменной под знаком определенного интеграла имеет вид:

а) $\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi(t)\,dt$ б) $\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$

в) $\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(\varphi(t))\ dt$ г) $\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(t)\varphi'(t)\,dt$

где $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$.

9. Основной формулой интегрального исчисления является формула:

а) $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) + F(a)$ б) $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_b^a = F(a) - F(b)$

в) $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$ г) $\int_a^b f(x)dx = f(x)\Big|_a^b = f(b) - f(a)$

10. При вычислении интеграла $\int x\ln(1+x)\,dx$ используется формула интегрирования по частям, при этом

а) $u = \ln(1+x),\ dv = xdx$; б) $u = x,\ dv = \ln(1+x)dx$;
в) $u = \ln(1+x),\ dv = dx$; г) $u = x,\ dv = dx$.

11. Вычислите: $\int_1^2 \frac{dx}{x^3}$

12. Вычислите: $\int_0^{\pi/6} \cos 3x dx$

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
- 2 балл, если правильно выполнено не менее 50% заданий.

Тест «Функции нескольких переменных, дифференцирование»

Тест состоит из 12 вопросов. Время выполнения 15 минут.
Пример варианта теста:

1. Для функции трех переменных $u = f(x, y, z)$

   а) каждой точке (x, y) по некоторому закону f поставлено в соответствие единственное значение z;

   б) каждой точке (x, y) по некоторому закону f поставлено в соответствие одно или несколько значений z;

   в) каждой точке (x, y, z) по некоторому закону f поставлено в соответствие одно или несколько значений u;

   г) каждой точке (x, y, z) по некоторому закону f поставлено в соответствие единственное значение u.

2. Областью определения функции двух переменных $z = f(x, y)$ является

   а) некоторая точка (x, y);

   б) некоторый промежуток действительной оси Ox;

   в) некоторая область декартовой плоскости Oxy;

   г) некоторая область декартового пространства $Oxyz$.

3. Графиком функции двух переменных $z = f(x, y)$ является

   а) плоская кривая; б) пространственная кривая;

   в) поверхность; г) часть плоскости Oxy.

4. δ-окрестностью точки $M_0(x_0, y_0, z_0)$ называется

   а)открытый интервал $(x_0 - \delta; x_0 + \delta)$;

   б)открытый круг радиуса δ с центом в точке $M_0(x_0, y_0)$;

   в)открытый шар радиуса δ с центром в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$;

   г) некоторая часть пространства $Oxyz$, содержащая точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$.

5. Приращением функции $f(M)$ в точке M_0 по переменной x называется

   а) $f(x_0 + \Delta x, y_0, z_0) - f(x_0, y_0, z_0)$;

   б) $f(x_0, y_0 + \Delta y, z_0) - f(x_0, y_0, z_0)$;

   в) $f(x_0, y_0, z_0 + \Delta z) - f(x_0, y_0, z_0)$;

   г) $f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y, z_0 + \Delta z) - f(x_0, y_0, z_0)$.

6. Полным приращением функции $f(M)$ в точке M_0 называется

   а) $f(x_0 + \Delta x, y_0, z_0) - f(x_0, y_0, z_0)$; б) $f(x_0, y_0 + \Delta y, z_0) - f(x_0, y_0, z_0)$;

в) $f(x_0, y_0, z_0+\Delta z)-f(x_0, y_0, z_0)$; г) $f(x_0+\Delta x, y_0+\Delta y, z_0+\Delta z)-f(x_0, y_0, z_0)$

7. Частной производной функции $f(x,y,z)$ по переменной y в точке M_0 называется

а) $\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\Delta_y u}{\Delta y}$; б) $\frac{\partial u}{\partial y}=\lim\limits_{\Delta y\to 0}\frac{\Delta_y u}{\Delta y}$;

в) $\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\Delta_x u}{\Delta x}$; г) $\frac{\partial u}{\partial y}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta_x u}{\Delta x}$.

8. Полным дифференциалом функции $u=f(x,y,z)$ в точке M_0 называется выражение:

а) $A\cdot\Delta x+B\cdot\Delta y$; б) $A\cdot\Delta x+C\cdot\Delta z$;

в) $B\cdot\Delta y+C\cdot\Delta z$; г) $A\cdot\Delta x+B\cdot\Delta y+C\cdot\Delta z$.

9. Если $z=f(x,y)$, и $x=x(u,v)$, $y=y(u,v)$, то производная сложной функции $z=f\big(x(u,v), y(u,v)\big)$ по переменной u равна

а) $\frac{\partial z}{\partial u}=\frac{\partial z}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial u}+\frac{\partial z}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial u}$; б) $\frac{\partial z}{\partial u}=\frac{\partial z}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial u}+\frac{\partial z}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial v}$;

в) $\frac{\partial z}{\partial u}=\frac{\partial x}{\partial u}+\frac{\partial y}{\partial u}$; г) $\frac{\partial z}{\partial u}=\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial y}$.

10. Частная производная от функции $z=-3x^2y^4+7y^2+7x-3$ по переменной x равна

а) $z'_x=-6xy^4+7$; б) $z'_x=-6xy^4+14y$;

в) $z'_x=-6xy^4+14y+7$; г) $z'_y=-6x$.

11. Частная производная от функции $z=2x^3y-4x^2+y+2$ по переменной y равна

а) $z'_y=2x^3+1$; б) $z'_y=2x^3-8x+1$;

в) $z'_y=2x^3-8x+y+2$; г) $z'_y=1$.

12. Найти дифференциал dz функции $z=2x^2y+3y^2x$.

По результатам тестирования выставляется:
- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
- 2 балл, если правильно выполнено не менее 50% заданий

Тест «Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Частные производные высших порядков. Экстремумы»

Тест состоит из 12 вопросов. Время выполнения 15 минут.
Пример варианта теста:

1. Градиентом функции $u=f(x,y)$ в точке M называется вектор

а) $grad\, u=\frac{\partial u}{\partial y}\vec{i}+\frac{\partial u}{\partial x}\vec{j}$; б) $grad\, u=\frac{\partial u}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial u}{\partial y}\vec{j}$;

в) $grad\, u=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}$; г) $grad\, u=\vec{i}+\vec{j}$.

2. Если $z=f(x,y)$, и $y=y(x)$, то производная сложной функции $z=f\big(x, y(x)\big)$ по переменной x равна

а) $\dfrac{dz}{dx}=\dfrac{\partial z}{\partial y}\cdot\dfrac{dy}{dx}$; б) $\dfrac{dz}{dx}=\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{\partial z}{\partial y}$;

в) $\dfrac{dz}{dx}=\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{\partial z}{\partial y}\cdot\dfrac{dy}{dx}$; г) $\dfrac{dz}{dx}=\dfrac{\partial z}{\partial x}\cdot\dfrac{dy}{dx}+\dfrac{\partial z}{\partial y}\cdot\dfrac{dy}{dx}$.

3. Если $z=f(x,y)$,и $x=x(u,v)$, $y=y(u,v)$, то производная сложной функции $z=f\big(x(u,v),\,y(u,v)\big)$по переменной u равна

а) $\dfrac{\partial z}{\partial u}=\dfrac{\partial z}{\partial x}\cdot\dfrac{\partial x}{\partial u}+\dfrac{\partial z}{\partial y}\cdot\dfrac{\partial y}{\partial u}$; б) $\dfrac{\partial z}{\partial u}=\dfrac{\partial z}{\partial x}\cdot\dfrac{\partial x}{\partial u}+\dfrac{\partial z}{\partial y}\cdot\dfrac{\partial y}{\partial v}$;

в) $\dfrac{\partial z}{\partial u}=\dfrac{\partial x}{\partial u}+\dfrac{\partial y}{\partial u}$; г) $\dfrac{\partial z}{\partial u}=\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

4. Для функции двух переменных $z=f(x,y)$ производная по направлению вектора $\vec{l}=\{\cos\alpha,\cos\beta\}$равна:

а) $\dfrac{\partial z}{\partial l}=\dfrac{\partial z}{\partial x}\cos\alpha+\dfrac{\partial z}{\partial y}\cos\beta$; б) $\dfrac{\partial z}{\partial l}=\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{\partial z}{\partial y}$;

в) $\dfrac{\partial z}{\partial l}=\dfrac{\partial z}{\partial y}\cos\alpha+\dfrac{\partial z}{\partial x}\cos\beta$; г) $\dfrac{\partial z}{\partial l}=\cos\alpha+\cos\beta$.

5. Производная функции $y=f(x)$, заданной неявно уравнением $F(x,y)=C$ вычисляется по формуле:

а) $f'(x)=-\dfrac{F'_x}{F'_y}$; б) $f'(x)=\dfrac{F'_x}{F'_y}$;

в) $f'(x)=-\dfrac{F'_y}{F'_x}$; г) $f'(x)=\dfrac{F'_y}{F'_x}$.

6. Нормальным вектором к поверхности S, заданной уравнением $F(x,y,z)=0$, в точке M_0 является вектор

а) $\vec{n}=F'_x(M_0)+F'_y(M_0)+F'_z(M_0)$;

б) $\vec{n}=F'_x(M_0)\vec{i}+F'_y(M_0)\vec{j}+F'_z(M_0)\vec{k}$;

в) $\vec{n}=F'_z(M_0)\vec{i}+F'_y(M_0)\vec{j}+F'_x(M_0)\vec{k}$;

г) $\vec{n}=F(M_0)\vec{i}+F(M_0)\vec{j}+F(M_0)\vec{k}$.

7. Канонические уравнения нормали к поверхности S в точке M_0 имеют вид:

а) $\dfrac{x-x_0}{F'_x(M_0)}=-\dfrac{y-y_0}{F'_y(M_0)}=\dfrac{z-z_0}{F'_z(M_0)}$; б) $\dfrac{x-x_0}{F(M_0)}=\dfrac{y-y_0}{F(M_0)}=\dfrac{z-z_0}{F(M_0)}$;

в) $\dfrac{x-x_0}{x_0}=\dfrac{y-y_0}{y_0}=\dfrac{z-z_0}{z_0}$; г) $\dfrac{x-x_0}{F'_x(M_0)}=\dfrac{y-y_0}{F'_y(M_0)}=\dfrac{z-z_0}{F'_z(M_0)}$.

8. Касательной плоскостью к поверхности S в точке M_0 называется

а)плоскость, которая проходит через точку M_0;

б) плоскость, которая проходит перпендикулярно нормали к поверхности S;

в) плоскость, которая проходит через точку M_0 параллельно нормали к поверхности S в этой точке;

г)плоскость, которая проходит через точку M_0 перпендикулярно нормали к поверхности S в этой точке.

9. Укажите частную производную второго порядка:

а) $\frac{\partial z}{\partial x}$; б) $\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)$; в) $\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right)$; г) $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$.

10. Смешанные частные производные функции двух переменных, отличающиеся лишь порядком дифференцирования, равны в некоторой точке, если они

а)ограничены в этой точке;

б) имеют в этой точке разрыв первого рода;

в) непрерывны в этой точке;

г) не ограничены в этой точке.

11. Дифференциал второго порядка функции $f(x, y)$ в имеет вид

а) $d^2 z = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}dx^2 + 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}dxdy + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}dy^2$; б) $d^2 z = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$;

в) $d^2 z = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}dx^2 + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}dxdy + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}dy^2$; г) $d^2 z = dx^2 + 2dxdy + dy^2$;

12. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ для функции $z = y^2 \ln x$

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
- 2 балл, если правильно выполнено не менее 50% заданий

Тест «Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Тест состоит из 12 вопросов. Время выполнения 15 минут.

Пример варианта теста:

1 Вставьте пропущенное слово:
Равенство, которое содержит независимые вещественные переменные, неизвестную однозначную вещественную функцию от этих переменных и ее ________________ , называется дифференциальным уравнением

а) интеграл;

б) производные;

в) интегрирующий множитель;

г) потенциал

2 Семейство решений дифференциального уравнения, заданное в виде $\Phi(x, y, C) = 0$, называется

а) частным решением;

б) общим интегралом;

в) областью определения;

г) решением задачи Коши для уравнения с начальными условиями.

3 График функции, являющейся решением дифференциального уравнения первого порядка, называется

а) интегральной кривой;

б) дифференциальной кривой;

в) изобарой;

г) характеристикой;

4 Решение, график которого таков, что через каждую его точку проходит по крайней мере еще одна касающаяся его интегральная кривая, называется

а) частным;

б) особым;
в) общим;
г) точным;

5. Функция $g(x, y)$ называется однородной измерения k относительно переменных x и y, если при любой постоянной $\lambda \neq 0$

а) $g(\lambda x, \lambda y) = g(x, y)$; б) $g(\lambda x, \lambda y) = \lambda g(x, y)$;
в) $g(\lambda x, \lambda y) = \lambda^k g(x, y)$; г) $g(\lambda^k x, \lambda^k y) = \lambda g(x, y)$.

6. Однородное уравнение $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ приводится к уравнению с разделяющимися переменными с помощью подстановки

а) $y = z \cdot x$, где $z = z(x)$; б) $y = z \cdot x$, где $z = z(y)$;
в) $y = z \cdot x$, где $z = const$; г) $y = z \cdot x$, где $z = z(x)$, $x = x(y)$.

7. Выражение $P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ называется полным дифференциалом, если в области D существует такая дифференцируемая функция $u(x, y)$, что

а) $P(x, y) = Q(x, y) = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$; б) $\dfrac{\partial u}{\partial x} = Q(x, y)$, $\dfrac{\partial u}{\partial y} = P(x, y)$;

в) $P(x, y) = Q(x, y) = u(x, y)$; г) $\dfrac{\partial u}{\partial x} = P(x, y)$, $\dfrac{\partial u}{\partial y} = Q(x, y)$.

8. Дифференциальное уравнение $\dfrac{\partial u}{\partial x}dx + \dfrac{\partial u}{\partial y}dy = 0$ равносильно

а) $du(x,y) = 0$; б) $\dfrac{\partial u}{\partial x}dx + du(x,y) = 0$;

в) $du(x,y) + \dfrac{\partial u}{\partial y}dy = 0$; г) $u(x,y) = 0$.

9 Решение дифференциального уравнения $du(x,y) = 0$ имеет вид

а) $\dfrac{\partial u(x, y)}{\partial x} = C \ (C = const)$; б) $u(x, y) = C \ (C = const)$;

в) $\dfrac{\partial u(x, y)}{\partial y} = C \ (C = const)$; г) $\ln|u(x, y)| = C \ (C = const)$.

10 Дано однородное дифференциальное уравнение первого порядка: $y' = \dfrac{y}{x} + \dfrac{2x}{y}$. После применения подстановки $y = z \cdot x$ оно принимает вид

а) $z' \cdot x' = z + \dfrac{2}{z}$; б) $z' \cdot x + z = z + \dfrac{2}{z}$;

в) $z' \cdot x + z = \dfrac{y}{x} + \dfrac{2x}{y}$; г) $z' = z + \dfrac{2}{z}$.

11 Укажите тип дифференциального уравнения первого порядка $(2x+1)y' + y = x$
а) с разделяющимися переменными;
б) линейное;
в) в полных дифференциалах;
г) однородное

12. Решить дифференциальное уравнение $y' = 6x + 4$.

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;

Тест «Линейные дифференциальные уравнения *n*-го порядка»

Тест состоит из 12 вопросов. Время выполнения 15 минут.
Пример варианта теста:

1. Дифференциальное уравнение $y^{(n)} + a_{n-1}(x)y^{(n-1)} + \ldots + a_1(x)y' + a_0(x)y = 0$ называется
   а) нелинейным; б) однородным;
   в) неоднородным; г) в частных производных.

2. Дифференциальное уравнение $y^{(n)} + a_{n-1}(x)y^{(n-1)} + \ldots + a_1(x)y' + a_0(x)y = f(x)$ называется
   а) нелинейным; б) однородным;
   в) неоднородным; г) в частных производных.

3. Совокупность $y_1(x),\ y_2(x),\ \ldots,\ y_n(x)$, называется системой линейно независимых функций на X, если равенство $\alpha_1 y_1(x) + \alpha_2 y_2(x) + \ldots + \alpha_n y_n(x) = 0$ на всем промежутке X выполняется при условии, что
   а) существуют действительные числа $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \ldots,\ \alpha_n$, не все одновременно равные нулю;
   б) существуют действительные числа $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \ldots,\ \alpha_n$, не все одновременно равные единице;
   в) все числа $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \ldots,\ \alpha_n$ одновременно равны нулю;
   г) все числа $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \ldots,\ \alpha_n$ одновременно равны единице.

4. Совокупность $y_1(x),\ y_2(x),\ \ldots,\ y_n(x)$, называется системой линейно зависимых функций на X, если равенство $\alpha_1 y_1(x) + \alpha_2 y_2(x) + \ldots + \alpha_n y_n(x) = 0$ на всем промежутке X выполняется при условии, что
   а) существуют действительные числа $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \ldots,\ \alpha_n$, не все одновременно равные нулю;
   б) существуют действительные числа $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \ldots,\ \alpha_n$, не все одновременно равные единице;
   в) все числа $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \ldots,\ \alpha_n$ одновременно равны нулю;
   г) все числа $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \ldots,\ \alpha_n$ одновременно равны единице

5. Определить Вронского для функций $y_1 = x^2$, $y_2 = -2x + 1$ имеет вид:
   а) $\begin{vmatrix} x^2 & -2x+1 \\ 2x & -2 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} x^2 & -2x+1 \\ -2 & 2x \end{vmatrix}$;
   в) $\begin{vmatrix} 2x & -2 \\ -2 & 2x \end{vmatrix}$; г) $\begin{vmatrix} x^2 & -2x+1 \\ -2x+1 & x^2 \end{vmatrix}$.

6. Если функции системы $y_1(x),\ y_2(x),\ \ldots,\ y_n(x)$ линейно зависимы на отрезке $[a, b]$, то
   а) $W[y_1(x), y_2(x), \ldots, y_n(x)] \equiv 0,\ \forall x \in [a, b]$;
   б) $W[y_1(x), y_2(x), \ldots, y_n(x)] \equiv 1,\ \forall x \in [a, b]$;
   в) $W[y_1(x), y_2(x), \ldots, y_n(x)] \neq 0,$ хотя бы в одной точке отрезке $[a, b]$;

г) $W[y_1(x), y_2(x), \ldots, y_n(x)] \neq 1,$ хотя бы в одной точке отрезке $[a, b]$.

7. Если функции системы $y_1(x),\ y_2(x),\ \ldots,\ y_n(x)$ линейно независимы на отрезке $[a, b]$, то

   а) $W[y_1(x), y_2(x), \ldots, y_n(x)] \equiv 0,\ \forall x \in [a, b]$;
   б) $W[y_1(x), y_2(x), \ldots, y_n(x)] \equiv 1,\ \forall x \in [a, b]$;
   в) $W[y_1(x), y_2(x), \ldots, y_n(x)] \neq 0,$ хотя бы в одной точке отрезке $[a, b]$;
   г) $W[y_1(x), y_2(x), \ldots, y_n(x)] \neq 1,$ хотя бы в одной точке отрезке $[a, b]$.

8. Если линейно независимые функции $y_1 = y_1(x),\ y_2 = y_2(x),\ \ldots,\ y_n = y_n(x)$ на отрезке $[a, b]$ являются решениями однородного уравнения $L(y) = 0$, и $C_1, C_2, \ldots, C_n$ –произвольные константы, то общее решение данного уравнения имеет вид:

   а) $y = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$; б) $y = C_1 y_1(x) \cdot C_2 y_2(x) \cdot \ldots \cdot C_n y_n(x)$;
   в) $y = y_1(x) + y_2(x) + \ldots + y_n(x)$; г) $y = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) + \ldots + C_n y_n(x)$.

9. Если $y_*(x)$ – частное решение неоднородного уравнения $L(y) = f(x)$, а $y(x)$ – общее решение соответствующего однородного уравнения $L(y) = 0$, то общеерешение уравнения $L(y) = f(x)$ на отрезке $[a, b]$ имеет вид

   а) $\tilde{y}(x) = y(x) + y_*(x)$; б) $\tilde{y}(x) = y_*(x) - y(x)$;
   в) $\tilde{y}(x) = y(x) - y_*(x)$; г) $\tilde{y}(x) = y(x) \cdot y_*(x)$.

10. Каждому действительному однократному корню λ характеристического уравнения в общем решении однородного уравнения соответствует слагаемое вида

    а) $Ce^{\lambda x}$; б) $Cxe^{\lambda x}$; в) $e^{\lambda x}(C_1 + C_2 x)$; г) $e^{\lambda x}\left(C_1 + C_2 x + \ldots + C_k x^{k-1}\right)$.

11. Каждой паре комплексных сопряженных однократных корней $\lambda = \alpha \pm i \cdot \beta$ характеристического уравнения в общем решении однородного уравнения соответствует слагаемое вида

    а) $C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x$; б) $e^{\alpha x} C_1 \cos \beta x$;
    в) $e^{\alpha x} C_2 \sin \beta x$; г) $e^{\alpha x}(C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$.

12. Решить однородное дифференциальное уравнение $y'' + y' = 0$.

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
- 2 балл, если правильно выполнено не менее 50% заданий

Тест «Двойные интегралы. Приложения двойных интегралов»
Тест состоит из 12 вопросов. Время выполнения 15 минут.
Пример варианта теста:

1. Сумма $\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i, \eta_i) \cdot \Delta S_i$ называется

   а) интегральной суммой для функции $f(x, y)$ в области D;
   б) подынтегральной суммой для функции $f(x, y)$ в области D;
   в) подынтегральным выражением;
   г) объемом криволинейного цилиндра.

2 Двойным интегралом от функции $f(x,\ y)$ по области D называется

а) $\lim\limits_{\lambda\to 0}\sum\limits_{i=1}^{n} f(\xi_i,\eta_i)$;б) $\lim\limits_{\lambda\to 0}\sum\limits_{i=1}^{n}\Delta S_i$;

в) $\lim\limits_{\lambda\to 0}\sum\limits_{i=1}^{n} f(\xi_i,\eta_i)\cdot\Delta S_i$;г) $\lim\limits_{\lambda\to 0}\sum\limits_{i=1}^{n} d_i$.

3. Выберите верное обозначение двойного интеграла от функции $f(x,\, y)$ по области D:

а) $I=\iint\limits_D f(x,y)dx$;б) $I=\int\limits_D f(x,y)dxdy$;

в) $I=\iint\limits_D f(x,y)ds$;   г) $I=\iint\limits_D f(x)ds$.

4 Выберете **неверное** свойство двойного интеграла:

а) $\iint\limits_D kf(x,y)dxdy = k\iint\limits_D f(x,y)dxdy$;

б) $\iint\limits_D (f\cdot g)dxdy = \iint\limits_D f\,dxdy\cdot\iint\limits_D g\,dxdy$;

в) $\iint\limits_D (f+g)dxdy = \iint\limits_D f\,dxdy + \iint\limits_D g\,dxdy$;

г) $\iint\limits_D f(x,y)dxdy = \iint\limits_{D_1} f(x,y)dxdy + \iint\limits_{D_2} f(x,y)dxdy$, где $D = D_1\cup D_2$

5 Выберете **верное** свойство двойного интеграла:

а) $\iint\limits_D kf(x,y)dxdy = k\iint\limits_D f(x,y)dxdy$;

б) $\iint\limits_D (f\pm g)dxdy = \iint\limits_D f\,dxdy \pm \iint\limits_D \,dxdy$;

в) $\iint\limits_D (f\cdot g)dxdy = \iint\limits_D f\,dxdy\cdot\iint\limits_D g\,dxdy$;

г) $\iint\limits_D \frac{f}{g}dxdy = \frac{\iint\limits_D f\,dxdy}{\iint\limits_D g\,dxdy}$.

6. Якобианом функций $\begin{cases} x = x(u,\, v), \\ y = y(u,\, v), \end{cases}$ по переменным u и v называется определитель

а) $J(u,\, v) = \begin{vmatrix} x'_u & x'_v \\ y'_u & y'_v \end{vmatrix}$;   б) $J(u,\, v) = \begin{vmatrix} x'_u & y'_v \\ u & v \end{vmatrix}$;

в) $J(u,\, v) = \begin{vmatrix} x''_{uu} & x''_{uv} \\ y''_{uv} & y''_{vv} \end{vmatrix}$;г) $J(u,\, v) = \begin{vmatrix} x & y \\ x'_u & y'_v \end{vmatrix}$.

7 Формула перехода в двойном интеграле $\iint\limits_D x\,dxdy$ к полярным координатам имеет вид:

а) $\iint\limits_D x\,dxdy = \iint\limits_G x\cdot\rho\, d\rho d\varphi$;б) $\iint\limits_D x\,dxdy = \iint\limits_G \rho\cos\varphi\, d\rho d\varphi$;

в) $\iint\limits_D x\,dxdy = \iint\limits_G \rho\cos\varphi\,\rho\, d\rho d\varphi$;г) $\iint\limits_D x\,dxdy = \iint\limits_G \rho^2\cos^2\varphi\, d\rho d\varphi$.

8. Площадь плоской пластины, занимающей область D ,вычисляется по формуле

а) $\iint\limits_D dxdy$;б) $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$;

в) $\iint\limits_D dxdydz$;г) $\iint\limits_D f(x)dxdy$.

9. Объем v криволинейного цилиндра, ограниченного сверху поверхностью $z = g(x, y) > 0$, снизу плоскостью $z = 0$ и с боковых сторон цилиндрической поверхностью, образующие которой параллельны оси Oz, а направляющей служит контур области D, вычисляется по формуле:

а) $v = \iint_D g(x,y)dx$; б) $v = \iiint_D g(x,y)dxdy$;

в) $v = \iint_D g(x,y)dy$; г) $v = \iint_D g(x,y)dxdy$.

10 Если область D ограничена линиями $y = 2 - x$, $y = 0$, $x = 0$, то $\iint_D f(x,y)dxdy$ сводится к следующему повторному интегралу:

а) $\int_0^2 dx \int_0^{2-x} f(x,y)dy$; б) $\int_0^2 dx \int_0^2 f(x,y)dy$;

в) $\int_0^2 dx \int_{2-x}^0 f(x,y)dy$; г) $\int_0^y dx \int_0^{2-x} f(x,y)dy$.

11. Вычислить повторный интеграл $\int_0^1 dx \int_0^{x+1} xdy$.

12 Вычислить интеграл $\int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^2 \rho \sin\varphi d\rho$

По результатам тестирования выставляется:

– 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
– 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;

Тест «Тройные интегралы в декартовых, цилиндрических и сферических координатах»

Тест состоит из 12 вопросов. Время выполнения 15 минут.
Пример варианта теста:

1 Для того чтобы функция трех переменных $f(x, y, z)$ была интегрируема в замкнутой ограниченной области V, достаточно чтобы она

а) являлась в V константой.
б) была непрерывна в V;
в) была неотрицательна в V;
г) имела в области V экстремум.

2 Если тройной интеграл $\iiint_V f(x, y, z)\,dxdydz$ преобразуется по формуле $\iiint_V f(x, y, z)\,dxdydz = \int_a^b dx \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} dy \int_{z_1(x,y)}^{z_2(x,y)} f(x, y, z)dz$, топроекция области V на плоскость Oxy имеет вид:

а) $D = \{(x, y) \mid a \le x \le b,\ a \le y \le b\}$;
б) $D = \{(x, y) \mid a \le x \le b,\ y_1(x) \le y \le y_2(x)\}$;
в) $D = \{(x, y) \mid y_1(x) \le x \le y_2(x),\ a \le y \le b\}$;
г) $D = \{(x, y) \mid y_1(x) \le x \le y_2(x),\ y_1(x) \le y \le y_2(x)\}$.

3 Объем тела, занимающего пространственную область V ,вычисляется по формуле:

а) $\iiint\limits_V f(x,y,z)dxdydz$;б) $\iiint\limits_V \mu(x,y)dxdydz$;

в) $\iiint\limits_V vdxdydz$;г) $\iiint\limits_V dxdydz$.

4 Элементом объема в тройном $\iiint\limits_V f(x,y,z)dxdydz$ интеграле называется

а) область V ;
б) функция $f(x,y,z)$;
в) значок $\iiint$;
г) произведение дифференциалов $dxdydz$.

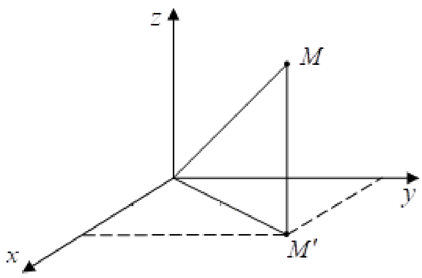
5. При переходе к криволинейным координатам $\begin{cases} x = x(u, v, w), \\ y = y(u, v, w), \\ z = z(u, v, w). \end{cases}$ якобиан преобразования равен:

а) $J(u, v, w) = \begin{vmatrix} x'_u & x'_u & x'_u \\ y'_v & y'_v & y'_v \\ z'_w & z'_w & z'_w \end{vmatrix}$;б) $J(u, v, w) = \begin{vmatrix} x & y & z \\ x' & y' & z' \\ u & v & w \end{vmatrix}$;

в) $J(u, v, w) = \begin{vmatrix} x'_u & 1 & 1 \\ 1 & y'_v & 1 \\ 1 & 1 & z'_w \end{vmatrix}$;г) $J(u, v, w) = \begin{vmatrix} x'_u & x'_v & x'_w \\ y'_u & y'_v & y'_w \\ z'_u & z'_v & z'_w \end{vmatrix}$.

6. В сферической системе координат переменная r – это:

а) угол, отсчитываемый от положительного направления оси Ox против часовой стрелки;
б) расстояние от начала координат то проекции точки M на плоскость Oxy ;
в) расстояние от начала координат до точки M ;
г) расстояние MM'.



7. В цилиндрической системе координат тройной интеграл преобразуется к виду:

а) $\iiint\limits_V f(x, y, z)dV = \iiint\limits_{V^*} f(x, y, z)\rho\, d\rho d\varphi dz$;

б) $\iiint\limits_V f(x, y, z)dV = \iiint\limits_{V^*} f(\rho\cos\varphi, \rho\sin\varphi, z)\rho\, d\rho d\varphi dz$;

в) $\iiint\limits_V f(x, y, z)dV = \iiint\limits_{V^*} f(\cos\varphi, \sin\varphi, z)\rho\, d\rho d\varphi dz$;

г) $\iiint\limits_V f(x, y, z)dV = \iiint\limits_{V^*} f(\rho\cos\varphi, \rho\sin\varphi, z)\, d\rho d\varphi dz$.

8. Если V – произвольная пространственная область, то объем тела, занимающего эту область, равен:

а) $v = \iiint\limits_V dxdydz$; б) $v = \iiint\limits_V f(x, y, z)dxdydz$;

в) $v = \iiint\limits_V xyz\, dxdydz$; г) $v = \iiint\limits_V \rho\, dxdydz$.

9 Объем V криволинейного цилиндра, ограниченного сверху поверхностью $z = f(x, y) > 0$, снизу плоскостью $z = 0$ и с боковых сторон цилиндрической поверхностью, образующие которой параллельны оси Oz, а направляющей служит контур области G, вычисляется по формуле:

а) $V = \iint_G f(x,y)dx$; б) $V = \iiint_G f(x,y)dxdy$;

в) $V = \iint_G f(x,y)dxdy$; г) $V = \iint_G f(x,y)dy$.

10. Якобиан преобразования декартовых прямоугольных координат в сферические равен:

а) $r^2 \sin\theta$; б) ρ;

в) $r^2 \cos\theta$; г) $\sin\theta$.

11. Формулы перехода из декартовой системы координат в сферическую систему имеют вид:

а) $x = \cos\varphi \sin\theta,\ \ y = \sin\varphi \sin\theta,\ \ z = \cos\theta$;

б) $x = r\cos\varphi \sin\theta,\ \ y = r\sin\varphi \sin\theta,\ \ z = z$;

в) $x = r\cos\varphi \sin\theta,\ \ y = r\sin\varphi \sin\theta,\ \ z = r\cos\theta$;

г) $x = r\cos\varphi,\ \ y = r\sin\varphi,\ \ z = r\cos\theta$.

12. Цилиндр задается уравнением:

а) $x^2 + y^2 = R^2$;

б) $z^2 = x^2 + y^2$;

в) $z = x^2 + y^2$;

г) $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
- 2 балл, если правильно выполнено не менее 50% заданий

Тест «Криволинейные и поверхностные интегралы»

Тест состоит из 12 вопросов. Время выполнения 15 минут.
Пример варианта теста:

1. Интегральной суммой от функции $z = f(x, y)$ вдоль кривой AB, соответствующей выбору точек (x_i, y_i), называется сумма

а) $\sum_{i=1}^{n} f(x_i, y_i)$; б) $\sum_{i=1}^{n} f(x, y)\Delta l_i$;

в) $\sum_{i=1}^{n} f(x_i, y_i)\Delta l_i$; г) $\sum_{i=1}^{n} \Delta l_i$.

2. Криволинейным интегралом второго рода от функций $P(x, y)$ по координате x вдоль кривой L называется

а) $\lim_{\lambda\to 0} P(M_i)\Delta x_i$; б) $\lim_{\lambda\to 0} \sum_{i=1}^{n} P(M_i)\Delta y_i$;

в) $\lim_{\lambda\to 0} \sum_{i=1}^{n} P(M_i)\Delta x_i$; г) $\lim_{\lambda\to 0} \sum_{i=1}^{n} \Delta x_i$

3. Выберите общий криволинейный интеграл второго рода

а) $\int\limits_{AB} P(x, y)dx + Q(x, y)dy$;б) $\int\limits_{AB} P(x, y)dx$;

в) $\int\limits_{AB} \left(f(x,y) + g(x,y)\right)dl$;г) $\int\limits_{AB} f(x,y)dl$.

4. Выберите криволинейный интеграл по длине дуги:

а) $\int\limits_{AB} P(x, y)dx + Q(x, y)dy$;б) $\int\limits_{AB} P(x, y)dx$;

в) $\int\limits_{AB} \left(f(x,y) + g(x,y)\right)dl$;г) $\int\limits_{AB} f(x,y)dl$.

5. Если кривая L задана параметрическими уравнениями $\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \end{cases}$ где $\alpha \le t \le \beta$, то для криволинейного интеграла первого рода справедлива формула:

а) $\int\limits_{L} f(x,y)dl = \int\limits_{\alpha}^{\beta} f[x, y]\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2}\, dt$;

б) $\int\limits_{L} f(x,y)dl = \int\limits_{\alpha}^{\beta} f[x(t), y(t)]\sqrt{x'(t) + y'(t)}\, dt$;

в) $\int\limits_{L} f(x,y)dl = \int\limits_{\alpha}^{\beta} f[x(t), y(t)]\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2}\, dt$;

г) $\int\limits_{L} f(x,y)dl = \int\limits_{\alpha}^{\beta} f[x(t), y(t)]\, dt$.

6 Если кривая L задана в полярных координатах уравнением $\rho = \rho(\varphi)\ (\varphi_1 \le \varphi \le \varphi_2)$, то для криволинейного интеграла первого рода справедлива формула

а) $\int\limits_{L} f(x,y)dl = \int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} f[\rho\cos\varphi, \rho\sin\varphi]\, d\varphi$;

б) $\int\limits_{L} f(x,y)dl = \int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sqrt{\rho^2 + (\rho')^2}\, d\varphi$;

в) $\int\limits_{L} f(x,y)dl = \int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} f(x,y)\sqrt{\rho^2 + (\rho')^2}\, d\varphi$;

г) $\int\limits_{L} f(x,y)dl = \int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} f[\rho\cos\varphi, \rho\sin\varphi]\sqrt{\rho^2 + (\rho')^2}\, d\varphi$.

7. По определению поверхностный интеграл 1-го рода равен

а) $\iint\limits_{(S)} f(x,y,z)dS = \lim\limits_{\lambda\to\infty} \sum\limits_{i=1}^{\infty} f(\xi_i, \eta_i, \nu_i)\Delta S_i$;

б) $\iint\limits_{(S)} f(x,y,z)dS = \lim\limits_{\lambda\to 0} \sum\limits_{i=1}^{\infty} f(\xi_i, \eta_i, \nu_i)\Delta S_i$;

в) $\iint\limits_{(S)} f(x,y,z)dx = \lim\limits_{\lambda\to 0} \sum\limits_{i=1}^{\infty} f(\xi_i, \eta_i, \nu_i)\Delta x_i$;

г) $\iint\limits_{(S)} f(x,y,z)dS = \lim\limits_{\lambda\to 0} \sum\limits_{i=1}^{\infty} \Delta S_i$.

8. Укажите верное равенство

а) $\iint\limits_{(S)} f(x,y,z)dS = \iint\limits_{D_{xy}} f(x,y,z(x,y))\sqrt{1+{z'_x}^2(x,y)+{z'_y}^2(x,y)}dxdy$;

б) $\iint\limits_{(S)} f(x,y,z)dS = \iint\limits_{D_{xy}} f(x,y,z(x,y))\sqrt{1+z'_x(x,y)+z'_y(x,y)}dxdy$;

в) $\iint\limits_{(S)} f(x,y,z)dS = \iint\limits_{(S)} f(x,y,z(x,y))\sqrt{1+{z'_x}^2(x,y)+{z'_y}^2(x,y)}dxdy$;

г) $\iint\limits_{(S)} f(x,y,z)dS = \iint\limits_{(S)} f(x,y,z)\sqrt{1+{z'_x}^2(x,y)+{z'_y}^2(x,y)}dxdy$

9 Изменится ли знак поверхностного интеграла первого рода при выборе ориентации поверхности_________________

10 Укажите правильную формулу, устанавливающую связь поверхностных интегралов первого и второго рода:

а) $\int\limits_{(S)} P\cos\alpha dydz + Q\cos\beta dzdx + R\cos\gamma dxdy = \iint\limits_{(S)} (P+Q+R)dS$

б) $\iint\limits_{(S)} Pdydz + Qdzdx + Rdxdy = \iint\limits_{(S)} (P\cos\alpha + Q\cos\beta + R\cos\gamma)dS$

в) $\int\limits_{(S)} Pdydz + Qdzdx + Rdxdy = \iint\limits_{(S)} (P\cos\alpha + Q\cos\beta + R\cos\gamma)dS$

г) $\iint\limits_{(S)} Pdydz + Qdzdx + Rdxdy = \iiint\limits_{(V)} (P\cos\alpha + Q\cos\beta + R\cos\gamma)dV$

11 Формула Остроградского-Гаусса устанавливает связь

а) между поверхностным интегралом по замкнутой поверхности и тройным интегралом по пространственной области, ограниченной этой поверхностью;

б) между криволинейным и двойным интегралом;

в) между криволинейными интегралами первого и второго рода;

г) между поверхностным и криволинейным интегралом.

12. Если кривая L задана уравнением $y = \frac{2}{3}x^3$, то дифференциал дуги равен

а) $dl = \sqrt{1+2x^2}\ dx$;

б) $dl = \sqrt{1+2x^4}\ dx$;

в) $dl = \sqrt{1+4x^4}\ dx$;

г) $dl = \sqrt{1-4x^4}\ dx$.

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
- 2 балла, если правильно выполнено не менее 50% заданий

Тест «Элементы векторного анализа»

Тест состоит из 12 вопросов. Время выполнения 15 минут.

Пример варианта теста:

1. Если вектор-функция $\vec{r}(t)$ может быть представлена в виде $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$, то $x(t),\ y(t),\ z(t)$ – это

а) функции, сумма которых равна вектор-функции $\vec{r}(t)$;

б) функции, которые являются координатами вектор-функции $\vec{r}(t)$;

в) базис декартовой системы координат;

г) функции, определяющие направление вектор-функции $\vec{r}(t)$.

2 Если вектор-функция $\vec{r}(t)$ может быть представлена в виде $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$, то $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – это

а) координаты вектор-функции $\vec{r}(t)$;

б) векторы, сумма которых равна вектор-функции $\vec{r}(t)$;

в) базисные векторы декартовой системы координат;

г) векторы, скалярное произведение которых равно вектор-функции $\vec{r}(t)$.

3. Если $\vec{a} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$ и $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$, то соотношение $\lim\limits_{t\to t_0}\left|\vec{r}(t) - \vec{a}\right| = 0$ равносильно:

а) $\lim\limits_{t\to t_0} x(t) = \alpha$, $\lim\limits_{t\to t_0} y(t) = \beta$, $\lim\limits_{t\to t_0} z(t) = \gamma$;

б) $\lim\limits_{t\to t_0} x(t) = 0$, $\lim\limits_{t\to t_0} y(t) = 0$, $\lim\limits_{t\to t_0} z(t) = 0$;

в) $\lim\limits_{t\to t_0} x(t) = \alpha^2$, $\lim\limits_{t\to t_0} y(t) = \beta^2$, $\lim\limits_{t\to t_0} z(t) = \gamma^2$;

г) $\lim\limits_{t\to t_0} \alpha = x(t)$, $\lim\limits_{t\to t_0} \beta = y(t)$, $\lim\limits_{t\to t_0} \gamma = z(t)$.

4. Какая из данных функций **не** является скалярной:

а) $u = x + y + z$; б) $u = 10$;

в) $u = x^2y + x - xz$; г) $\vec{u} = 2\vec{i}$.

5 Какая из данных функций **не** определяет векторное поле

а) $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$; б) $u = x + y + z$;

в) $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$; г) $\vec{u} = 3\vec{j}$.

6 Векторное поле $\vec{a}(M) = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ называется потенциальным, если

а) функции P, Q, R непрерывны;

б) функции P, Q, R дифференцируемы;

в) существует функция $F(x, y, z)$, такая что $P = F'_x$, $Q = F'_y$, $R = F'_z$;

г) существует функция $F(x, y, z)$, такая что $F'_x + F'_y + F'_z = P + Q + R$.

7. Укажите градиент функции $u = F(M)$

а) $grad\, u = \{F'_x, F'_y, F'_z\}$; б) $grad\, u = \{F'_x + F'_y + F'_z\}$;

в) $grad\, u = \{F'_x \cdot F'_y \cdot F'_z\}$; г) $grad\, u = \{x, y, z\}$.

8. Формула Остроградского-Гаусса в векторной форме имеет вид:

а) $\iiint\limits_V (\vec{a}, \vec{n})dv = \iint\limits_S div\,\vec{a}(M)\,ds$; б) $\iiint\limits_V div\,\vec{a}(M)\,dv = \iint\limits_S (gradu, \vec{n})ds$;

в) $\iiint\limits_V div\,\vec{a}(M)\,dv = \iint\limits_S (\vec{a}, \vec{n})ds$; г) $\iiint\limits_V div\,\vec{a}(M)\,dv = \iint\limits_S \vec{a} \times \vec{n}\,ds$.

9 Дивергенцией векторного поля $\vec{a}(M) = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ называется скалярная функция, определяемая равенством

а) $div\,\vec{a} = \dfrac{\partial P}{\partial x} + \dfrac{\partial Q}{\partial x} + \dfrac{\partial R}{\partial x}$; б) $div\,\vec{a} = \dfrac{\partial P}{\partial x} + \dfrac{\partial Q}{\partial y} + \dfrac{\partial R}{\partial z}$;

в) $div\vec{a}=\frac{\partial P}{\partial x}\cdot\frac{\partial Q}{\partial y}\cdot\frac{\partial R}{\partial z}$; г) $div\vec{a}=\frac{\partial P}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial Q}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial R}{\partial z}\vec{k}$.

10. Дивергенция векторного поля $\vec{a}=x^2\vec{i}-yz\vec{j}+z\vec{k}$ равна

а) $div\vec{a}=2x\vec{i}-z\vec{j}+\vec{k}$; б) $div\vec{a}=2x-z+1$;

в) $div\vec{a}=2x\vec{i}-yz\vec{j}+z\vec{k}$;г) $div\vec{a}=2x-yz+z$.

11. Потоком векторного поля $\vec{a}(M)$ через поверхность S в направлении вектора $\vec{n}$ называется поверхностный интеграл

а) $\Pi=\iiint\limits_S(\vec{a},\vec{n})ds$;б) $\Pi=\iint\limits_S(\vec{a},\vec{n})ds$;

в) $\Pi=\iint\limits_S(\vec{a}+\vec{n})ds$; г) $\Pi=\iint\limits_S\vec{a}\times\vec{n}\,ds$.

12. Поверхностью уровня скалярного поля, заданного функцией $u(x,y,z)$, называется геометрическое место точек поля, в которых

а) функция непрерывна;
б) функция ограничена;
в) функция принимает постоянное значение;
г) функция имеет экстремум.

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
- 2 балл, если правильно выполнено не менее 50% заданий

Тест «Числовые ряды. Признаки сходимости положительных рядов»

Тест состоит из 12 вопросов. Время выполнения 15 минут.
Пример варианта теста:

1. Указать для ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$ частичную сумму:

а) $S_n=1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\ldots+\frac{1}{n^2}$; б) $S_n=1-\frac{1}{4}-\frac{1}{9}-\frac{1}{16}-\ldots-\frac{1}{n^2}$;

в) $S_n=1-\frac{1}{4}+\frac{1}{9}-\frac{1}{16}+\ldots+\frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$; г) $S_n=1-\frac{1}{4}+\frac{1}{9}-\frac{1}{16}+\ldots+\frac{(-1)^{n+1}}{n^2}+\ldots$

2. Пусть $\{S_n\}$ – последовательность частичных сумм ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$. Ряд называется расходящимся, если

а) $\lim\limits_{n\to\infty}S_n=0$;б) $\lim\limits_{n\to\infty}S_n=1$;в) $\lim\limits_{n\to\infty}S_n=S$;г) $\lim\limits_{n\to\infty}S_n=\infty$.

3. Число S называется суммой числового ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, если

а) последовательность частичных сумм $\{S_n\}$ данного ряда сходится к S;

б) каждая частичная сумма S_n данного ряда равна S;

в) результатом сложения всех частичных сумм S_n ряда является число S;

г) сумма членов ряда $a_1+a_2+\ldots+a_n$ равна S.

4. Выберете верную формулировку необходимого условия сходимости ряда:
   а) предел общего члена сходящегося ряда не равен нулю;
   б) предел общего члена ряда равен нулю;
   в) предел общего члена сходящегося ряда равен нулю;
   г) предел общего члена расходящегося ряда равен нулю.

5. Ряд, составленный из членов геометрической прогрессии $\sum_{n=1}^{\infty} aq^{n-1}$ со знаменателем $q \neq 0$ расходится при

   а) $|q| < 0$; б) $|q| < 1$; в) $|q| \geq 0$; г) $|q| \geq 1$.

6. Укажите числовой ряд, **не** являющийся сходящимся

   а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^4}}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^5}}$.

7. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2+3}$ необходимо исследовать на сходимость по
   а) второму признаку сравнения;
   б) признаку Даламбера;
   в) радикальному признаку Коши;
   г) интегральному признаку Коши.

8. Пусть для рядов $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (A) и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ (B) выполняется неравенство $a_n \leq b_n$ $(n = 1, 2, \ldots)$.
   Тогда
   а) из сходимости ряда (A) следует сходимость ряда (B);
   б) из сходимости ряда (B) следует сходимость ряда (A);
   в) из расходимости ряда (B) следует расходимость ряда (A);
   г) ряды сходятся или расходятся одновременно.

9. Для применения радикального признака Коши для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ необходимо вычислить предел

   а) $c = \lim_{n\to\infty} a_n$; б) $c = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$; в) $c = \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$; г) $c = \lim_{n\to\infty} \sqrt{a_n}$.

10. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$
    а) сходится;
    б) расходится;
    в) не является числовым;
    г) невозможно установить сходимость или расходимость ряда.

11. Пусть ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится и его сумма равна S. Тогда ряд $ca_1 + ca_2 + \ldots + ca_n + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} ca_n$ имеет сумму, равную

    а) S; б) $c + S$; в) $c \cdot S$; г) S^c.

12. Пусть ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ такой, что $a_n = f(n)$, где $f(x)$ – функция, определеннаяпри $x \geq 1$. Тогда для применения интегрального признака Коши необходимо

а) вычислить определенный интеграл $\int_0^1 f(x)dx$;

б) найти неопределенный интеграл $\int f(x)dx$;

в) исследователь на сходимость несобственный интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$;

г) исследователь на сходимость несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$.

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
- 2 балл, если правильно выполнено не менее 50% заданий

Тест «Знакочередующиеся ряды. Степенные ряды»

Тест состоит из 12 вопросов. Время выполнения 15 минут.
Пример варианта теста:

1. Из предложенных рядов выберите знакочередующийся:

   а) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{2n}\, tg\frac{\pi}{4n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} tg\frac{\pi}{4n}$;

   в) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\, tg\frac{\pi}{4n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)\, tg\frac{\pi}{4n}$.

2. Рядом лейбницевского типа называется знакочередующийся ряд, удовлетворяющий условиям:

   а) $a_n > a_{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$;

   б) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$;

   в) $a_n > a_{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$ и $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$;

   г) $a_n < a_{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$ и $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$.

3. Чтобы установить абсолютную или условную сходимость знакочередующегося ряда $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ необходимо

   а) найти предел общего члена ряда;
   б) применить к данному ряду теорему Лейбница;
   в) исследовать на сходимость ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда;
   г) найти сумму ряда.

4. Знакопеременный ряд называется условно сходящимся, если

   а) если данный ряд сходится, и ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда, также сходится;
   б) если данный ряд сходится, а ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда, расходится;
   в) если данный ряд сходится, а ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда, может быть как сходящимся, так и расходящимся;
   г) если данный ряд расходится.

5. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$ является

а) абсолютно сходящимся; б) условно сходящимся;
в) расходящимся; г) невозможно определить

6. Область сходимости функционального ряда включает в себя значенияпеременной x, при которых ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$

а) является знакочередующимся; б) является знакопеременным;
в) расходится; г) сходится.

7. Частичной суммой функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$ является

а) $S_n = x + x^2 + \ldots + x^n$; б) $S_n = x^n$;
в) $S_n = x + x^2 + \ldots + x^n + \ldots$; г) $S_n = x + x^n$.

8. Степенным рядом является ряд:

а) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{(x-3)^n}$; б) $\sum_{n=0}^{\infty} 3e^{nx}x^n$;
в) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)!}$; г) $\sum_{n=0}^{\infty} \cos\frac{\pi nx}{3}$.

9. Радиус сходимости степенного ряда R равен:

а) $R = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n-1}}{a_n}\right|$; б) $R = \frac{1}{\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{|a_n|}}$;
в) $R = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_n}{a_{n-1}}\right|$; г) $R = \frac{1}{\lim_{n\to\infty}\sqrt{|a_n|}}$.

10. Если функция $f(x)$ на интервале $(-R, R)$ разлагается в степенной ряд $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \ldots$, то она дифференцируема на этом интервале и ее производная $f'(x)$ равна

а) $f'(x) = 2a_2x + 3a_3x^2 + \ldots$; б) $f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \ldots$;
в) $f'(x) = a_0x + \frac{a_1x}{2} + \frac{a_2x^3}{3} + \ldots$; г) $f'(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2 + \ldots$.

11. Теорема Абеля утверждает: если ряд $\sum_{n=0}^{\infty} a_n y^n$ расходится при $y = c$, то он расходится, во всех точках, расположенных на множестве

а) $(-|c|, |c|)$; б) $\{|c|\}$;
в) $(-\infty; -|c|) \cup (|c|; +\infty)$; г) $(-\infty; -c) \cup (c; +\infty)$.

12. Интервал $(-R, R)$ называетсяинтервалом сходимости степенного ряда, если

а) ряд абсолютно сходится при $|y| < R$ и расходится при $|y| > R$;

б)ряд абсолютно сходится при $|y| > R$ и расходится при $|y| < R$;

в) ряд абсолютно сходится при $|y| < R$,при $|y| > R$ ряд может как сходится, так и расходится;

г) ряд расходится при $|y| < R$.

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
- 2 балл, если правильно выполнено не менее 50% заданий

Тест «Разложение функции в степенной ряд. Ряды Фурье»

Тест состоит из 9 вопросов. Время выполнения 15 минут.
Пример варианта теста:

1. Коэффициенты Маклорена для функции $f(x)$ имеет вид:

а) $a_n = \dfrac{f^{(n)}(0)}{n},\ n = 0, 1, 2, \ldots$; б) $a_n = \dfrac{f(0)}{n!},\ n = 0, 1, 2, \ldots$;

в) $a_n = f^{(n)}(0),\ n = 0, 1, 2, \ldots$; г) $a_n = \dfrac{f^{(n)}(0)}{n!},\ n = 0, 1, 2, \ldots$.

2. Ряд Маклорена для функции $\ln(1+x)$ имеет вид:

а) $x + x^2 + x^3 + \ldots + x^n + \ldots$;

б) $x + \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3} + ... + \dfrac{x^n}{n} + ...$;

в) $x - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3} - ... + (-1)^{n-1}\dfrac{x^n}{n} + ...$;

г) $x - \dfrac{x^3}{3!} + \dfrac{x^5}{5!} - \dfrac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^n \dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \ldots$.

3. Ряд $x - \dfrac{x^3}{3!} + \dfrac{x^5}{5!} - \dfrac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^n \dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \ldots$ является рядом Маклорена для функции

а) $y = \sin x$; б) $y = \cos x$; в) $y = e^x$; г) $y = (1+x)^\alpha$.

4. Членами тригонометрического ряда являются функции:

а) $1/2, \cos x, \sin x, tgx, \cos 2x, \sin 2x, tg2x, \ldots, \cos nx, \sin nx, tgnx, \ldots$;

б) $1/2, x, \cos x, \sin x, \cos 2x, \sin 2x, x^2, \ldots, \cos nx, \sin nx, x^n, \ldots$;

в) $1/2, \cos x + \sin x, \cos 2x + \sin 2x, \ldots, \cos nx + \sin nx, \ldots$;

г) $1/2, \cos x, \sin x, \cos 2x, \sin 2x, \ldots, \cos nx, \sin nx, \ldots$.

5. Коэффициент Фурье a_k для функции $f(x)$, определенной и интегриуемой на отрезке $[-\pi; \pi]$, вычисляется по формуле:

а) $a_k = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos kx\, dx$; б) $a_k = \displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos kx\, dx$;

в) $a_k = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin kx\, dx$; г) $a_k = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_{0}^{\pi} f(x)\sin kx\, dx$.

6. Функция $F(x)$, определенная на всей числовой прямой и периодическая с периодом 2π, называется периодическим продолжением функции $f(x)$, если

а) на отрезке $[-\pi; \pi]$ выполняется равенство $F(x) = f(x)$;

б) равенство $F(x) = f(x)$ выполняется вне отрезка $[-\pi; \pi]$;

в)равенство $F(x) = f(x)$ выполняется в точках $\pm\pi$;

г) равенство $F(x) = f(x)$ выполняется на всей числовой оси.

7. Ряд Фурье для нечетной функции
   а) содержит и синусы и косинусы;
   б) содержит только синусы;
   в) содержит только косинусы;
   г) равен константе.

8. Ряд Фурье для функции $f(x)$, определенной на отрезке $[-l; l]$ имеет вид:

   а) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos\frac{\pi x}{l} + b_n \sin\frac{\pi x}{l})$; б) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos \pi nlx + b_n \sin \pi nlx)$;

   в) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos \pi lx + b_n \sin \pi lx)$; г) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos\frac{\pi nx}{l} + b_n \sin\frac{\pi nx}{l})$.

9. Вычислить коэффициент Фурье a_k для функции $f(x) = \begin{cases} -3, & -\pi < x \le 0, \\ 1, & 0 < x \le \pi. \end{cases}$

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
- 2 балл, если правильно выполнено не менее 50% заданий

Тест «Комплексные числа»

Тест состоит из 12 вопросов. Время выполнения 15 минут.
Пример варианта теста:

1. Укажите формулу для нахождения модуля комплексного числа $w = u + vi$:
   а) $|w| = u^2 + v^2$; б) $|w| = \sqrt{u+v}$;
   в) $|w| = \sqrt{u^2 + v^2}$; г) $|w| = u + v$.

2. Выражение $a + bi$ называется
   а) действительной частью комплексного числа;
   б) мнимой частью комплексного числа;
   в) тригонометрической формой комплексного числа;
   г) алгебраической формой комплексного числа.

3. Пусть комплексному числу $z = a + bi$ соответствует точка $M(a, b)$. Тогда $\arg z -$ это
   а) угол между вектором $\overrightarrow{OM}$ и положительным направлением оси Ox;
   б) угол между вектором $\overrightarrow{OM}$ и положительным направлением оси Oy;
   в) длина вектора $\overrightarrow{OM}$;
   г) длина проекции вектора $\overrightarrow{OM}$ на ось Ox.

4. Выберите показательную форму записи комплексного числа:
   а) $z = e^{i\varphi}$; б) $z = \rho e^{i\varphi}$;
   в) $z = \rho e^{i}$; г) $z = \rho e^{\varphi}$.

5. Если для комплексного числа z были найдены $|z| = 2$ и $\arg z = -\frac{\pi}{4}$, то тригонометрическая форма записи этого числа имеет вид:

а) $z=2\left(\cos\frac{\pi}{4}-i\sin\frac{\pi}{4}\right)$; б) $z=2\left(\cos\frac{\pi}{4}-\sin\frac{\pi}{4}\right)$;

в) $z=2\left(\sin\frac{\pi}{4}-i\cos\frac{\pi}{4}\right)$; г) $z=2\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$.

6. Для комплексного числа $z=-2i$

   а) $\arg z=0$; б) $\arg z=\frac{\pi}{2}$; в) $\arg z=\pi$; г) $\arg z=\frac{3\pi}{2}$.

7. Пусть $z_1=a_1+b_1 i$, $z_2=a_2+b_2 i$. Тогда числа z_1 и z_2 равны, если

   а) $a_1+b_1=a_2+b_2$; б) $a_1=a_2$, $b_1=b_2$;

   в) $a_1=b_1$, $a_2=b_2$; г) a_1, a_2, b_1, b_2 – любые числа.

8. Пусть комплексные числа z_1 и z_2 заданы в показательной форме: $z_1=\rho_1 e^{i\varphi_1}$, $z_2=\rho_2 e^{i\varphi_2}$. Тогда

   а) $z_1\cdot z_2=\rho_1\rho_2 e^{i\varphi_1\cdot\varphi_2}$; б) $z_1\cdot z_2=(\rho_1+\rho)_2 e^{i(\varphi_1+\varphi_2)}$;

   в) $z_1\cdot z_2=(\rho_1+\rho_2)e^{i\varphi_1\cdot\varphi_2}$; г) $z_1\cdot z_2=\rho_1\rho_2 e^{i(\varphi_1+\varphi_2)}$.

9. При любом $n\geq 2$ имеет место формула Муавра:

   а) $z^n=\rho(\cos n\varphi+i\sin n\varphi)$; б) $z^n=\rho^n(\cos\varphi+i\sin\varphi)$;

   в) $z^n=\rho^n(\cos n\varphi+\sin n\varphi)$; г) $z^n=\rho^n(\cos n\varphi+i\sin n\varphi)$.

10. Укажите формулу Эйлера

    а) $e^y=\cos y+i\sin y$; б) $e^{iy}=\sin y+i\cos y$;

    в) $e^{iy}=\cos y+\sin y$; г) $e^{iy}=\cos y+i\sin y$.

11. Произведение комплексных чисел $z_1=4-i$ и $z_2=3-7i$ равно

    а) $5-30i$; б) $5-26i$; в) $19-30i$; г) $19-26i$.

12. Решите уравнение $x^2+4=0$.

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
- 2 балл, если правильно выполнено не менее 50% заданий

Тест «Функции комплексного переменного. Дифференцирование и интегрирование»

Тест состоит из 16 вопросов. Время выполнения 15 минут.
Пример варианта теста:

1. ρ-окрестностью точки z_0 называется

а) множество всех точек круга (без окружности) с центром z_0 и произвольным радиусом ρ;

б) множество всех точек,лежащих на прямой, проходящей через точку z_0, и находящихся на расстоянии ρ от этой точки;

в) множество всех комплексных чисел, у которых действительная часть равна ρ, а мнимая z_0;

г) множество всех комплексных чисел, у которых действительная часть равна z_0, а мнимая ρ.

2. Если задана функция $w = f(z)$, где $z = x + iy$ и $w = u + iv$, то

а) $f(z) = u(x, y) + v(x, y)$; б) $f(z) = v(x, y) + iu(x, y)$;

в) $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$; г) $f(z) = u(x, y) - iv(x, y)$.

3. Функция $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ называется непрерывной в точке $z_0 = (x_0, y_0)$, если

а) $\lim\limits_{z \to z_0} f(z) = f(0)$; б) $\lim\limits_{z \to 0} f(z) = f(z_0)$;

в) $\lim\limits_{z \to z_0} f(z) = 0$; г) $\lim\limits_{z \to z_0} f(z) = f(z_0)$.

4. Если $f(z) = e^{2x} \cos 3y - ie^{2x} \sin 3y$, то мнимой частью функции $f(z)$ является

а) $\operatorname{Im} f(z) = e^{2x} \cos 3y$; б) $\operatorname{Im} f(z) = -ie^{2x} \sin 3y$;

в) $\operatorname{Im} f(z) = -e^{2x} \sin 3y$; г) $\operatorname{Im} f(z) = e^{2x} \sin 3y$.

5. Для функции $f(z) = iz^2$ действительной частью является функция:

а) $u(x, y) = -2xy$; б) $u(x, y) = x^2 + y^2$;

в) $u(x, y) = 2xy$; г) $u(x, y) = x^2 - y^2$.

6. Функция $\cos z$ может быть представлена в виде:

а) $\cos z = \dfrac{e^z + e^{-z}}{2i}$; б) $\cos z = \dfrac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$;

в) $\cos z = \dfrac{e^{iz} + e^{-iz}}{2i}$; г) $\cos z = \dfrac{e^z + e^{-z}}{2}$.

7. Выберите верное представление для функции $\operatorname{Ln} z$:

а) $\operatorname{Ln} z = \ln|z| + i \arg z$; б) $\operatorname{Ln} z = \ln|z| + (\arg z + 2\pi k)$;

в) $\operatorname{Ln} z = i \ln|z| + (\arg z + 2\pi k)$; г) $\operatorname{Ln} z = \ln|z| + i(\arg z + 2\pi k)$.

8. Выберите верное равенство:

а) $\sin iz = \operatorname{sh} z$; б) $\sin iz = i \cos z$;

в) $\sin iz = i \operatorname{sh} z$; г) $\sin iz = \cos z$.

9. Условия Коши-Римана имеют вид:

а) $\dfrac{\partial u}{\partial x} = -\dfrac{\partial v}{\partial y}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y} = \dfrac{\partial v}{\partial x}$; б) $\dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{\partial v}{\partial y}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y} = \dfrac{\partial v}{\partial x}$;

в) $\dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{\partial v}{\partial y}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y} = -\dfrac{\partial v}{\partial x}$; г) $\dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{\partial v}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y} = -\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

10. Выберите **верное** равенство:

а) $(a^z)' = a^z$; б) $(\mathrm{ch}\,z)' = -\mathrm{sh}\,z$,

в) $(\cos z)' = \sin z$; г) $(\mathrm{th}\,z)' = \dfrac{1}{\mathrm{ch}^2 z}$.

11. Справедливо следующее правило дифференцирования:

а) $[f(z)\cdot g(z)]' = f(z)\cdot g(z)$;

б) $[f(z)\cdot g(z)]' = f'(z)\cdot g'(z)$;

в) $[f(z)\cdot g(z)]' = f'(z)\cdot g(z) - f(z)\cdot g'(z)$;

г) $[f(z)\cdot g(z)]' = f'(z)\cdot g(z) + f(z)\cdot g'(z)$;

12. Дифференциал функции $f(z)$ в точке zравен:

а) $dw = f(z)\cdot dz$; б) $dw = f'(z)$;

в) $dw = f(z)df(z)$; г) $dw = f'(z)\cdot dz$.

13. Функция $w = f(z)$, определенная в окрестности точки z, называется дифференцируемой в точке z, если существует предел

а) $\lim\limits_{\Delta z\to 0}\dfrac{\Delta z}{\Delta w}$; б) $\lim\limits_{\Delta z\to 0}\dfrac{\Delta w}{\Delta z}$;

в) $\lim\limits_{z\to 0}\dfrac{w}{z}$; г) $\lim\limits_{z\to 0}\dfrac{z}{w}$.

14. Если $f(z)$ – однозначная функция, аналитическая в односвязной области G и L_1, L_2 – кусочно-гладкие кривые, лежащие в этой области и имеющие общие начало и конец, то

а) $\int\limits_{L_1} f(z)dz = \int\limits_{L_2} f(z)dz$; б) $\int\limits_{L_1} f(z)dz + \int\limits_{L_2} f(z)dz = 0$;

в) $\int\limits_{L_1} f(z)dz - \int\limits_{L_2} f(z)dz = 1$; г) $\int\limits_{L_1} f(z)dz = -\int\limits_{L_2} f(z)dz$.

15. Формула Ньютона-Лейбница для функции комплексного переменного имеет вид:

а) $\int\limits_{z_0}^{z} f(z)dz = \Phi(z) + \Phi(z_0)$; б) $\int\limits_{z_0}^{z} f(z)dz = \Phi(z) - \Phi(z_0)$;

в) $\int\limits_{z_0}^{z} f(z)dz = f(z) - f(z_0)$; г) $\int\limits_{z_0}^{z} f(z)dz = \Phi(z_0) - \Phi(z)$.

16. Для комплексного числа $z = 3\sqrt{3} - 3i$ найти модуль и аргумент.

По результатам тестирования выставляется:

– 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
– 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;

Тест «Ряд Лорана. Изолированные особые точки. Вычеты»

Тест состоит из 16 вопросов. Время выполнения 15 минут.
Пример варианта теста:

1. Если $0 \le r < R \le \infty$, то каждая функция $f(z)$, однозначная и аналитическая в круговом кольце D: $r < |z - z_0| < R$, однозначно представляется в этом кольце сходящимся рядом

а) $f(z)=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} C_n(z-z_0)$; б) $f(z)=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} C_n(z-z_0)^n$;

в) $f(z)=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} (z-z_0)^n$; г) $f(z)=\sum\limits_{n=0}^{\infty} C_n(z-z_0)^n$.

2. Главная часть ряда Лорана имеет вид:

а) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} C_{-n}\dfrac{1}{(z-z_0)^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} C_n\dfrac{1}{(z-z_0)^n}$;

в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} C_{-n}(z-z_0)^n$; г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} C_{-n}\dfrac{1}{(z-z_0)^n}$.

3. Разложение функции $f(z)=\cos\dfrac{1}{z}$ в окрестности точки $z=0$ имеет вид:

а) $\cos\dfrac{1}{z}=1-\dfrac{z^2}{2!}+\dfrac{z^4}{4!}+\ldots+(-1)^n\dfrac{z^{2n}}{(2n)!}+\ldots$;

б) $\cos\dfrac{1}{z}=1-\dfrac{1}{z^2 2!}+\dfrac{1}{z^4 4!}+\ldots+(-1)^n\dfrac{1}{z^{2n}(2n)!}+\ldots$;

в) $\cos\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{1-\dfrac{z^2}{2!}+\dfrac{z^4}{4!}+\ldots+(-1)^n\dfrac{z^{2n}}{(2n)!}+\ldots}$;

г) $\cos\dfrac{1}{z}=1-\dfrac{2!}{z^2}+\dfrac{4!}{z^4}+\ldots+(-1)^n\dfrac{(2n)!}{z^{2n}}+\ldots$

4. Для функции $f(z)=e^{\frac{2i}{z+\pi}}$ особой точкой является

а) $z_0=i$; б) $z_0=2i$; в) $z_0=\pi$; г) $z_0=-\pi$.

5. Точка $z_0\in D$ называется нулем аналитической в области D функции $f(z)$, если

а) $f(z_0)=0$; б) $f(0)=0$;

в) $f(0)=z_0$; г) $z_0=0$.

6. Нуль k-го порядка для функции $f(z)$ характеризуется соотношением:

а) $f(z_0)=0$, $f'(z_0)=0$, $f''(z_0)=0$, $\ldots$, $f^{(k-1)}(z_0)=0$, $f^{(k)}(z_0)\neq 0$;

б) $f(z_0)=0$, $f'(z_0)=0$, $f''(z_0)=0$, $\ldots$, $f^{(k-1)}(z_0)=0$, $f^{(k)}(z_0)=0$;

в) $f(z_0)\neq 0$, $f'(z_0)\neq 0$, $f''(z_0)\neq 0$, $\ldots$, $f^{(k-1)}(z_0)\neq 0$, $f^{(k)}(z_0)=0$;

г) $f(z_0)\neq 0$, $f'(z_0)\neq 0$, $f''(z_0)\neq 0$, $\ldots$, $f^{(k-1)}(z_0)\neq 0$, $f^{(k)}(z_0)\neq 0$.

7. Определить порядок нуля $z_0=0$ для функции $f(z)=z-\sin z$.

8. Для функции $f(z)=z^2(e^z-1)$ точка $z_0=0$ является нулем

а) первого порядка;
б) второго порядка;
в) третьего порядка;
г) четвертого порядка.

9. Точка $z_0 \in D$ называется особой, если

а) функция аналитична в точке z_0;

б) функция аналитична в области D за исключением точки z_0;

в) функция аналитична в области D и на ее границе;

г) функция аналитична в точке z_0 и не аналитична в остальных точках D.

10. Изолированная особая точка z_0 называется устранимой особойточкойдля функции $f(z)$, если

а) $\lim\limits_{z \to z_0} f(z)$ – конечное число; б) $\lim\limits_{z \to z_0} f(z) = \infty$;

в) $\lim\limits_{z \to z_0} f(z)$ не существует; г) $\lim\limits_{z \to z_0} f(z) = 0$;

11. Изолированная особая точка z_0 является существенно особой точкой для функции $f(z)$, если

а) все коэффициенты главной части ряда Лорана **неравны** нулю;

б) все коэффициенты главной части ряда Лорана **равны** нулю;

в) главная часть ряда Лорана содержит конечное число слагаемых;

г) главная часть ряда Лорана содержит бесконечное число слагаемых.

12. Функция разложена в ряд Лорана: $f(z) = \frac{1}{z^3 2!} - \frac{1}{z4!} + \frac{z}{6!} - \frac{z^3}{8!} + \ldots$ Укажите порядок полюса:

а) $k = 1$; б) $k = 2$; в) $k = 3$; г) $k = 4$.

13. Укажите характер особой точки для функции $\cos\frac{1}{z}$:

а) устранимая особая точка; б) полюс кратности $k = 2$;

в) существенно особая точка; г) простой полюс.

14. Пусть $f(z)$ разложена в ряд Лорана: $f(z) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} C_n (z - z_0)^n + \sum\limits_{n=1}^{\infty} C_{-n} (z - z_0)^{-n}$. Вычетом функции $f(z)$ в точке z_0 называется

а)коэффициент C_{-1}; б)коэффициент C_{-n};

в)коэффициент C_n; г)коэффициент C_{-2}.

15. Если z_0 –простой полюс, то

а) $\operatorname{res} f(z_0) = 0$; б) $\operatorname{res} f(z_0) = \lim\limits_{z \to z_0} (z - z_0)$;

в) $\operatorname{res} f(z_0) = \lim\limits_{z \to z_0} (z - z_0) f(z)$; г) $\operatorname{res} f(z_0) = \lim\limits_{z \to z_0} f(z)$.

16. Если точка z_0 – нуль кратности k функции $f(z)$, то z_0 – это

а) устранимая особая точка;

б) существенно особая точка;

в) простой полюс;

г) полюс кратности k.

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;

Тест «Основные типы уравнений математической физики»

Тест состоит из 12 вопросов. Время выполнения 15 минут.

Пример варианта теста:

1. Дифференциальным уравнением с частными производными называется уравнение, содержащее

   а) неизвестную функцию $u(x_1, \dots, x_n)$ и независимые переменные $x_1, \dots, x_n$;

   б) частные производные от неизвестной функции;

   в) неизвестную функцию $u(x_1, \dots, x_n)$, независимые переменные $x_1, \dots, x_n$ и частные производные от неизвестной функции;

   г) частные производные от неизвестной функции и независимые переменные $x_1, \dots, x_n$.

2. Выберите общий вид дифференциального уравнения в частных производных второго порядка:

   а) $F(u_{xy}, u_{xx}, u_{yy}) = 0$; б) $F(x, y, u, u_x, u_y) = 0$;

   в) $F(x, y, u_{xy}, u_{xx}, u_{yy}) = 0$; г) $F(x, y, u, u_x, u_y, u_{xx}, u_{xy}, u_{yy}) = 0$.

3. Решением уравнения с частными производными называется функция $u(x_1, \dots, x_n)$, которая

   а) имеет частные производные любого порядка;

   б) при подстановке в уравнение вместо неизвестной функции и ее частных производных, обращает это уравнение в тождество;

   в) при подстановке в уравнение вместо неизвестной функции и ее частных производных, позволяет проинтегрировать уравнение;

   г) содержит константы.

4 Для решения дифференциального уравнения $x^2 \dfrac{\partial u}{\partial x} - y^2 \dfrac{\partial u}{\partial y} = xy$ необходимо решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

   а) $\dfrac{dx}{x^2} = \dfrac{dy}{y^2} = \dfrac{du}{xy}$; б) $\dfrac{dx}{x^2} = -\dfrac{dy}{y^2} = \dfrac{du}{xy}$;

   в) $x^2 dx = -y^2 dy = xy du$; г) $\dfrac{dx}{x^2} - \dfrac{dy}{y^2} = \dfrac{du}{xy}$.

5 Укажите уравнение теплопроводности:

   а) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$; б) $\dfrac{\partial u}{\partial t} = 4\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$;

   в) $\dfrac{\partial u}{\partial t} + 4\dfrac{\partial u}{\partial x} = 0$; г) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.

6 Из приведенных уравнений выберите уравнение Лапласа:

   а) $\dfrac{\partial u}{\partial t} + a^2 \dfrac{\partial u}{\partial x} = 0$; б) $\dfrac{\partial u}{\partial t} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$;

   в) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$; г) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} + a^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$

7 Волновое уравнение, описывающее поперечные колебания струны имеет вид:

   а) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$; б) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$;

   в) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2} = f(x, y, u, u_x, u_y)$; г) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$.

8 Для волнового уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ укажите условие, задающее начальный профиль струны:

а) $u(0,t)=0$; б) $u(x,0)=\varphi(x)$;

в) $u(l,t)=0$; г) $\left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \psi(x)$.

9 Для уравнения теплопроводности $\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ краевое условие $u(0,t)=\psi(t)$ означает

а) температура во всех точках стержня неизменна и равна $\psi(t)$;

б) в начальный момент времен в различных сечениях стержня температура определяется функцией $\psi(t)$;

в) на всей поверхности стержня поддерживается температура $\psi(t)$;

г) на одном из концов стержня в любой момент времени поддерживается температура $\psi(t)$.

10. Для уравнения Лапласа $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$, определяющего распределение температуры в теле, задача Дирихле (первая краевая задача) заключается в нахождении функции $u(x, y, z)$ при условии, что

а) задана температура в каждой точке на границе тела;

б) задана температура в каждой точке тела;

в) задан тепловой поток в каждой точке поверхности;

г) задана температура в каждой точке тела в начальный момент времени.

11 В волновом уравнении $u_{tt} = 9u_{xx}$ коэффициент a равен:

а) $a=0$; б) $a=1$;

в) $a=3$; г) $a=9$.

12. Решить дифференциальное уравнение в частных производных $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = x^2 - y$.

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
- 2 балл, если правильно выполнено не менее 50% заданий

Тест «Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка, их классификация»

Тест состоит из 12 вопросов. Время выполнения 15 минут.

Пример варианта теста:

1. Укажите каноническое уравнение *гиперболического* типа

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = F(x, y, u, u'_x, u'_y)$; б) $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = F(x, y, u, u'_x, u'_y)$;

в) $\frac{\partial u}{\partial y} = F(x, y, u, u'_x, u'_y)$; г) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = F(x, y, u, u'_x, u'_y)$.

2 Укажите каноническое уравнение *эллиптического* типа

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = F(x, y, u, u'_x, u'_y)$; б) $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = F(x, y, u, u'_x, u'_y)$;

в) $\dfrac{\partial u}{\partial y}=F\left(x,y,u,u'_x,u'_y\right)$;г) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}=F\left(x,y,u,u'_x,u'_y\right)$.

3 Укажите дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка, которое **не является** линейным:

а) $u_{xx}+2u_{xy}-3u_{yy}+u'_x=0$; б) $u_{xx}+x^2u_{xy}-y^2u_{yy}+2u'_x+3u'_y=0$;

в) $u_{xx}+2u_{xy}+5u_{yy}+(u'_x)^2+(u'_y)^2=0$; г) $u_{xx}-a^2u_{yy}=0$.

4. Для дифференциального уравнения $a_{11}u_{xx}+2a_{12}u_{xy}+a_{22}u_{yy}+b_1u'_x+b_2u'_y+cu=0$ уравнение характеристик в дифференциальной форме имеет вид:

а) $a_{11}(dx)^2+2a_{12}dxdy+a_{22}(dy)^2=0$; б) $a_{11}(dx)^2-2a_{12}dxdy+a_{22}(dy)^2=0$;

в) $a_{11}(dy)^2+2a_{12}dxdy+a_{22}(dx)^2=0$;г) $a_{11}(dy)^2-2a_{12}dxdy+a_{22}(dx)^2=0$.

5. Пусть $u=u(\xi,\eta)$, $\xi=\xi(x,y)$, $\eta=\eta(x,y)$, тогда производная сложной функции по переменной x вычисляется по формуле:

а) $u_x=u_\xi\cdot\xi_x+u_\eta\cdot\eta_x$; б) $u_x=u_\xi\cdot\xi_x+u_\eta\cdot\eta_y$;

в) $u_x=u_\xi\cdot\xi_x+u_\xi\cdot\xi_y$; г) $u_x=u\cdot\xi_x+u\cdot\eta_x$.

6 Укажите дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка, которое **не является** линейным:

а) $u_{xx}+2u_{xy}-3u_{yy}+u'_x=0$; б) $u_{xx}+x^2u_{xy}-y^2u_{yy}+2u'_x+3u'_y=0$;

в) $u_{xx}+2u_{xy}+5u_{yy}+(u'_x)^2+(u'_y)^2=0$; г) $u_{xx}-a^2u_{yy}=0$.

7. Для уравнения эллиптического типа уравнения характеристик в проинтегрированном виде имеют вид:

а) $\varphi(x,y)\pm\psi(x,y)=C_{1,2}$; б) $\varphi(x,y)=C_1$, $\psi(x,y)=C_2$

в) $\varphi(x,y)\pm i\psi(x,y)=C_{1,2}$; г) $\varphi(x,y)=\psi(x,y)=C$.

8. Если для дифференциального уравнения $a_{11}u_{xx}+2a_{12}u_{xy}+a_{22}u_{yy}+b_1u'_x+b_2u'_y+cu=0$ справедливо $a_{12}^2-a_{11}a_{22}=0$, то это уравнение

а) теплопроводности; б) гиперболического типа;

в) параболического типа г) эллиптического типа.

9. Определите тип дифференциального уравнения $u_{xx}+2u_{xy}+9u_{yy}+F(x,y,u,u'_x,u'_y)=0$.

10. Если в дифференциальном уравнении производится замена переменных $\xi=2x+3y$, $\eta=x^2-y^2$, то якобиан преобразования имеет вид:

а) $\begin{vmatrix}2 & 2x\\ 3 & -2y\end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix}2 & 3\\ 2x & -2y\end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix}2 & -2y\\ 2x & 3\end{vmatrix}$; г) $\begin{vmatrix}3 & 3\\ 2x & 2x\end{vmatrix}$.

11 Для дифференциального уравнения $u_{xx}-2u_{xy}+5u_{yy}+F(x,y,u,u'_x,u'_y)=0$ уравнение характеристик имеет вид:

а) $(dy)^2-2dxdy+5(dx)^2=0$; б) $(dy)^2+2dxdy+5(dx)^2=0$;

в) $(dx)^2-2dxdy+5(dy)^2=0$; г) $(dx)^2+2dxdy+5(dy)^2=0$.

12. Если уравнение характеристик имеет два интеграла $x-y=C_1$, $2x+y=C_2$, то для приведения дифференциального уравнения к каноническому виду нужно ввести замену:

а) $\xi=x-y-C_1$, $\eta=2x+y-C_2$;

б) $\xi=x-y+C_1$, $\eta=2x+y+C_2$;

в) $\xi = x - y$, $\eta = 2x + y$;
г) $\xi = x + y$, $\eta = 2x - y$.

По результатам тестирования выставляется:

- 4 балла, если правильно выполнено не менее 90% заданий.
- 3 балла, если правильно выполнено не менее 75% заданий;
- 2 балл, если правильно выполнено не менее 50% заданий

Контрольная работа «Элементы линейной алгебры»

Контрольная работа содержит 4 задачи. Время выполнения 45 минут.
Пример варианта контрольной работы:

1. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 0 \\ 2 & 3 & 8 & 7 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

2. Найти произведение матриц A и B:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 5 & 2 \\ 1 & -3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 9, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -2, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 7. \end{cases}$$

4. Найти матрицу A^{-1}, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -2 \\ 1 & -3 & 2 \\ 6 & 7 & -3 \end{pmatrix}$.

По результатам выполнения контрольной работы выставляется:

- 6 баллов, если во всех четырех задачах ход решения верный, получены правильные ответы;
- 5 баллов, если правильно решены любые три из четырех задач, в одной задаче допущены грубые ошибки или задача не решена;
- 4 баллов, если правильно решены две из четырех задач, в двух задачах допущены грубые ошибки или они не решены.

Контрольная работа «Пределы. Непрерывность»

Контрольная работа содержит 5 задач. Время выполнения 45 минут.
Пример варианта контрольной работы:

1. Вычислить предел $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{2x^2 - x - 3}{x^3 + 1}$.

2. Вычислить предел $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x + 25} - 5}{x^2 + 2x}$.

3. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+2x)}{\arcsin 3x}$

4. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 4x}{3-\sqrt{x^2+9}}$

5. Установить характер точки разрыва и построить график функции $y=\begin{cases} x-1, & x>0, \\ x^2, & x\le 0. \end{cases}$

По результатам выполнения контрольной работы выставляется:

- 4 балла, если во всех пяти задачах ход решения верный, получены правильные ответы;
- 3 балла, если четыре задач из пятивыполнены правильно, а в одной задаче ход решения верный, но есть грубые ошибки или решение не завершено;
- 2 балла,если три задачи из пятивыполнены правильно, а остальные две либо не решены, либо решение начато, но нет продвижения для достижения результата, либо в этих задачах допущены грубые ошибки.

Контрольная работа «Дифференцирование функции одной действительной переменной»

Контрольная работа содержит 6 задачи. Время выполнения 45 минут.
Пример варианта контрольной работы:

1. Найти производную функции $y=\frac{3}{x}+\sqrt[5]{x^2}-4x^3+\frac{2}{x^4}$.

2. Найти дифференциал функции $y=2^x\cdot\operatorname{arctg}^3 x$.

3. Найти производную функции. $y=\sqrt[3]{3x^4+2x-5}+\frac{4}{(x-2)^5}$

4. Используя логарифмическую производную, найти $y=x^{\operatorname{arctg} 7x}$.

5. Найти промежутки возрастания и убывания, экстремумы, построить график функции $y=3x^2-2-x^3$.

6. Найти производную $y'(x)$ для функции, заданной параметрически:

$$x=e^{-t}\cdot\cos t,\ y=e^t\cdot\cos t.$$

По результатам выполнения контрольной работы выставляется:

- 6 баллов, если во всех шести задачах ход решения верный, получены правильные ответы;
- 5 баллов, если пять задач из шести выполнены правильно, а в одной задаче ход решения верный, но есть грубые ошибки или решение не завершено;
- 4 балла, если четыре задачи из шести выполнены правильно, а остальные две либо не решены, либо решение начато, но нет продвижения для достижения результата, либо в этих задачах допущены грубые ошибки.

Контрольная работа «Интегрирование функции одной действительной переменной»

Контрольная работа содержит 5 задач. Время выполнения 45 минут.
Пример варианта контрольной работы:

1. Вычислить интеграл $\int\left(\sqrt[5]{x}-\frac{4}{x^5}+2\right)dx$.
2. Вычислить интеграл $\int\frac{\sqrt{\ln x}}{x}\,dx$.
3. Вычислить интеграл $\int(x-7)\cos 2x\,dx$.
4. Вычислить интеграл $\int\frac{dx}{2+\sqrt{x-3}}$.
5. Найти определенный интеграл $\int\limits_0^{\sqrt{3}} x\sqrt[3]{1+x^2}\,dx$.

По результатам выполнения контрольной работы выставляется:

- 6 баллов, если во всех пяти задачах ход решения верный, получены правильные ответы;
- 5 баллов, если четыре задач из пяти выполнены правильно, а в одной задаче ход решения верный, но есть грубые ошибки или решение не завершено;
- 4 балла, если три задачи из пяти выполнены правильно, а остальные две либо не решены, либо решение начато, но нет продвижения для достижения результата, либо в этих задачах допущены грубые ошибки.

Контрольная работа «Функции нескольких переменных»

Контрольная работа содержит 5 задач. Время выполнения 45 минут.
Пример варианта контрольной работы:

1. Найти частные производные функции $z=\frac{\cos x^2}{x+y}$.
2. $z=\sqrt{x}\sin\frac{y}{x}$. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.
3. Найти $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции, заданной неявно: $x^3+2y^3+z^3-3xyz-2y=-3$.
4. Найти экстремум функции $z=x^2+xy+y^2-2x-y$.
5. $z=x\ln y$, $x=\frac{u}{v}$, $y=u^2+v^2$. Найти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$.

По результатам выполнения контрольной работы выставляется:

- 6 баллов, если во всех пяти задачах ход решения верный, получены правильные ответы;
- 5 баллов, если четыре задач из пяти выполнены правильно, а в одной задаче ход решения верный, но есть грубые ошибки или решение не завершено;
- 4 балла, если три задачи из пяти выполнены правильно, а остальные две либо не решены, либо решение начато, но нет продвижения для достижения результата, либо в этих задачах допущены грубые ошибки.

Контрольная работа «Дифференциальные уравнения»

Контрольная работа содержит 4 задач. Время выполнения 45 минут.
Пример варианта контрольной работы:

1. Найти общее решение дифференциального уравнения $y''' - 2y'' - 3y' = 0$.
2. Решить дифференциальное уравнение $y' = -\dfrac{x}{y}$ $(y \neq 0)$.
3. Найти частное решение дифференциального уравнения $y' + \dfrac{x+1}{x} y = 3xe^{-x}$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = 0$.
4. Решить дифференциальное уравнение $y^{IV} - 2(y''' - 1)\operatorname{ctg} x = 0$.

По результатам выполнения контрольной работы выставляется:

- 6 баллов, если во всех четырех задачах ход решения верный, получены правильные ответы;
- 5 баллов, если три задач из четырехвыполнены правильно, а в одной задаче ход решения верный, но есть грубые ошибки или решение не завершено;
- 4 балла, если три задачи из четырехвыполнены правильно, а одна задача не решена.

Контрольная работа «Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы»

Контрольная работа содержит 4 задач. Время выполнения 45 минут.
Пример варианта контрольной работы:

1. Вычислите двойной интеграл $\iint\limits_D x\,dxdy$ по области D, ограниченной линиями $y = x^3$, $x + y = 2$, $x = 0$.

2. Плоская пластина D ограничена линиями $x^2 - x + y^2 = 0$, $x^2 - 2x + y^2 = 0$, $y = x$, $y = 0$. Найдите массу пластины, если плотность, с которой распределена масса, выражается функцией $\mu = y$.

3. Вычислите $\iiint\limits_V \left(x + y + 4z^2\right)dxdydz$, где V: $x = -1$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 2$, $z = -1$, $z = 1$.

4. Вычислите криволинейный интеграл первого рода $\int\limits_L 8zt\,dl$, где L – дуга винтовой линии

$$x = 3\cos t,\ y = 3\sin t,\ z = 4t,\ 0 \leq t \leq \pi.$$

По результатам выполнения контрольной работы выставляется:

- 6 баллов, если во всех четырех задачах ход решения верный, получены правильные ответы;
- 5 баллов, если три задач из четырех выполнены правильно, а в одной задаче ход решения верный, но есть грубые ошибки или решение не завершено;
- 4 балла, если три задачи из четырех выполнены правильно, а одна задача не решена.

Контрольная работа «Ряды»

Контрольная работа содержит 5 задач. Время выполнения 45 минут.
Пример варианта контрольной работы:

1. Исследовать на сходимость числовой ряд: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n\sqrt{n}}$.

2. Исследовать на сходимость числовой ряд: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$.

3. Исследовать знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n-3}{n^2+1}$ на абсолютную (условную) сходимость.

4. Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2+1}$.

5. Разложить функцию $f(x) = \frac{\sin x^2}{x}$ в степенной ряд.

По результатам выполнения контрольной работы выставляется:

– 6 баллов, если во всех пяти задачах ход решения верный, получены правильные ответы;
– 5 баллов, если четыре задач из пяти выполнены правильно, а в одной задаче ход решения верный, но есть грубые ошибки или решение не завершено;
– 4 балла, если три задачи из пяти выполнены правильно, а остальные две либо не решены, либо решение начато, но нет продвижения для достижения результата, либо в этих задачах допущены грубые ошибки.

Контрольная работа «Теория функций комплексного переменного»

Контрольная работа содержит 5 задач. Время выполнения 45 минут.
Пример варианта контрольной работы:

1. Найти значение корня n-й степени из комплексного числа: $\sqrt[3]{-8i}$.

2. Указать точки комплексной плоскости, в которых функция $f(z) = z^2 - \operatorname{Re} z + 2i$ дифференцируема.

3. Определить тип особой точки $z = 0$ для функции $f(z) = \frac{e^{2z} - z}{z^2}$.

4. Вычислить интеграл $\oint\limits_{|z|=3} \frac{\operatorname{ch} z}{(z-2)^2}$, используя теорему Коши о вычетах.

5. Найти оригинал по изображению: $F(p) = \frac{p^2 + 3p + 2}{(p-3)(p^2+1)}$.

По результатам выполнения контрольной работы выставляется:

– 6 баллов, если во всех пяти задачах ход решения верный, получены правильные ответы;
– 5 баллов, если четыре задач из пяти выполнены правильно, а в одной задаче ход решения верный, но есть грубые ошибки или решение не завершено;
– 4 балла, если три задачи из пяти выполнены правильно, а остальные две либо не решены, либо решение начато, но нет продвижения для достижения результата, либо в этих задачах допущены грубые ошибки.

Контрольная работа «Дифференциальные уравнения в частных производных»

Контрольная работа содержит 4 задач. Время выполнения 45 минут.
Пример варианта контрольной работы:

1. Найти общее решение $u = u(x, y)$ дифференциального уравнения с частными производными: $\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = x + y$.

2. Найти общий интеграл уравнения $x\dfrac{\partial u}{\partial x} + y\dfrac{\partial u}{\partial y} = 1$.

3. Определить тип уравнения и привести его к каноническому виду
$u_{xx} + 4u_{xy} + 5u_{yy} + u_x + 2u_y = 0$.

4. Решить задачу Коши для волнового уравнения, описывающего процесс колебания неограниченной струны: $u_{tt} = 4u_{xx}$, $u(x,0) = \cos x$, $u_t(x,0) = 1$.

По результатам выполнения контрольной работы выставляется:

- 6 баллов, если во всех четырех задачах ход решения верный, получены правильные ответы;
- 5 баллов, если три задач из четырех выполнены правильно, а в одной задаче ход решения верный, но есть грубые ошибки или решение не завершено;
- 4 балла, если три задачи из четырех выполнены правильно, а одна задача не решена.

Расчетные задания

Расчетное задание«Аналитическая геометрия. Линейная алгебра. Пределы. Дифференцирование. Интегралы»

Обучающемуся выдается индивидуальное задание.

Расчетное задание выполняется в форме домашнего задания.

Содержание расчетного задания.

I. *Выполнить:*

- Выполнить операции над матрицами, найти обратную матрицу
- Решить систему линейных уравнений методом Гаусса в задачах с прикладным содержанием
- Составить уравнения прямой и плоскости, вычислить модуль векторного и смешанного произведений векторов, найти высоту пирамиды
- Вычислить пределы функций, раскрыв неопределенность
- Вычислить значение производной в точке, найти производные сложных функций
- Вычислить неопределенный и определенный интегралы методом замены переменной и по частям.

Вычислить определенный интеграл при решении задач с прикладным содержанием.II.
II. *Исходные данные для задания:*

Задачи для расчетного задания **«Аналитическая геометрия. Линейная алгебра. Пределы. Дифференцирование. Интегралы»**

Задача № 1. Найти $A^{-1} \cdot B$, где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & b-1 \\ a+2 & 3 & c-d \\ -2 & c & b \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -a & 1 \\ 2 & b \\ c & -d \end{pmatrix}.$$

	a	*b*	*c*	*d*
1.1	1	2	3	4
1.2	1	2	4	3

Задача № 2. Даны координаты вершин пирамиды. Найдите:

а) уравнение прямой AB;

б) уравнение плоскости ABC;

в) высоту пирамиды, опущенную из вершины D.

№	*A*	*B*	*C*	*D*
2.1	(0; 7; 1)	(4; 1; 5)	(4; 6; 3)	(3; 9; 8)
2.2	(−1; 3; 6)	(9;−8; 7)	(2; 2; 0)	(0; 4;−2)

Задача № 3. Вычислить предел, не пользуясь правилом Лопиталя.

3.1 $\lim\limits_{x\to 1/3}\dfrac{3x^2+2x-1}{27x^3-1}$

3.2 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-x-1}{3x^2-x-2}$

Задача № 4. Вычислить предел, используя эквивалентные бесконечно малые функции.

4.1 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 4x}{\ln(1-5x)}$

4.2 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x^2}-1}{1-\cos 8x}$

Задача № 5. Дана функция $y = f(x)$.

а) вычислить производную функции;

б) найти значение производной в точке $x_0 = 1$.

5.1 $y=\sqrt{x^3}-2\sqrt[3]{x^2}+3\sqrt[3]{x}$

5.2 $y=2x^4-\dfrac{1}{x}-\sqrt[3]{x^2}+\dfrac{3}{x^3}$

Задача №6. Вычислить производную функции

6.1 $y=\dfrac{1}{3}\sin^3 x\cdot\left(6\cos^2 x+7\right)$

6.2 $y=2e^{\sqrt{x}}\cdot\sqrt{2x-1}$

Задача №7. Вычислить неопределенный интеграл

7.1 $\displaystyle\int\frac{x\ln x+\sqrt[3]{x}}{x^2}dx$

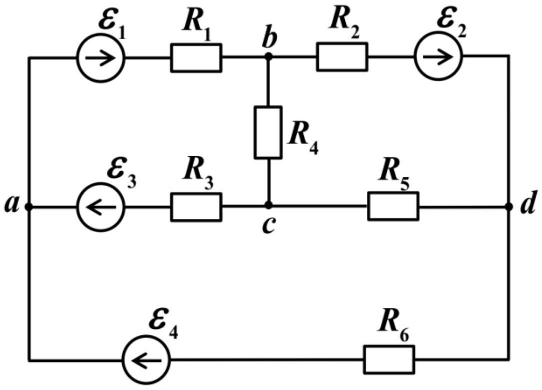
7.2 $\int \frac{\sin^2 x \cdot \cos^3 x - 2}{\cos^2 x} dx$

Задача №8. Вычислить неопределенный интеграл.

8.1 $\int (x^2+1)\, e^{2x} dx$

8.2 $\int (x^2-7)\cos 3x\, dx$

Задача №9. Дана электрическая схема. Известны ЭДС источников тока и сопротивления резисторов. Требуется определить значения токов в ветвях схемы.



	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	ε_1	ε_2	ε_3	ε_4
9.1	100	100	50	50	50	50	5	10	5	10
9.2	50	100	100	50	50	50	2	10	3	8

Задача №10. Напряжение на зажимах электроприемника определяется периодической функцией $u(t)$ с периодом T (t – время в секундах). Построить график функции $u(t)$; найти действующее значение напряжения u_∂.

10.1 $u(t) = \begin{cases} 2t, & 0 \le t < 1, \\ -2t+4, & 1 \le t < 3, \\ 2t-8, & 3 \le t < 4, \end{cases}$ $T = 4$

10.2 $u(t) = \begin{cases} 4t, & 0 \le t < 1, \\ -4t+8, & 1 \le t < 2, \\ 4t-8, & 2 \le t < 3, \\ -4t+16, & 3 \le t < 4, \end{cases}$ $T = 4$

Ш. *Технология выполнения задания:*

Используя определение матрицы, действия над матрицами и их свойства, применяя определение определителя, свойства определителя, определение обратной матрицы, используя элементарные преобразования матриц выполнить операции над матрицами, найти обратную матрицу.

Используя определение системы линейных уравнений, однородных и неоднородных систем решить систему линейных уравнений метод Гаусса в задачах с прикладным содержанием

Используя определение координат вектора, операции над векторами и их свойства, определения скалярного, векторного, смешанного произведений векторов и их свойства, уравнения прямой в пространстве, уравнение плоскости, найти координаты векторов, вычислить модуль вектора, модуль векторного и смешанного произведений, составить уравнения прямой и плоскости.

Применяя понятие предела функции, основные свойства пределов вычислить пределы функций, раскрыв неопределенность. Используя определение производной, основные правила дифференцирования, правило дифференцирования сложной функции вычислить значение производной в точке, найти производные сложных функций.

Используя определение неопределенного интеграла, его свойства, табличные интегралы, используя формулы интегрирования при помощи замены переменной и по частям для неопределенного интеграла, интегрировать рациональные и иррациональные и некоторые тригонометрические функции вычислить неопределенные интегралы.

Применяя определение определенного интеграла, его свойства, основную формулу интегрального исчисления – формулу Ньютона-Лейбница, используя формулы интегрирования при помощи замены переменной и по частям для определенного интеграла вычислить определенные интегралы.

Используя геометрический смысл определенного интеграла, приложения определенного интеграла вычислить определенный интеграл при решении задач с прикладным содержанием.

IV. *Срок выполнения расчетного задания*

По окончанию изучения модуля.

Доведение всех задач расчетного задания до правильного ответа является обязательным условием допуска к экзамену.

По результатам выполнения расчетного задания выставляется 10 баллов.

Расчетное заданиеДифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Векторный анализ.

Расчетное задание выполняется в форме домашнего задания.

I. *Выполнить:*

- Решить обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными, линейные однородные и линейные неоднородные.
- Решить линейные однородные и неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и уравнения допускающие понижение степени
- Найти двойной интеграл, вычислить площадь плоской области.
- Вычислить поток векторного поля. Вычислить циркуляцию векторного поля.

II. Исходные данные для задания:

Задача 1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения

1.1 $4xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dx.$

1.2 $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0.$

Задача 2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения

2.1 $y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 4\dfrac{y}{x} + 2.$

2.2 $xy' = \dfrac{3y^3 + 2yx^2}{2y^2 + x^2}.$

Задача 3. Найти решение задачи Коши

3.1 $y' - y/x = x^2, \quad y(1) = 0.$

3.2 $y' - y\operatorname{ctg} x = 2x\sin x, \quad y(\pi/2) = 0.$

Задача 4.Найти общее решение дифференциального уравнения

4.1 $y''' + 3y'' + 2y' = 1 - x^2.$

4.2 $y''' - y'' = 6x^2 + 3x.$

Задача 5.Вычислите двойной интеграл по области D

5.1 $\iint\limits_D \left(12x^2y^2 + 16x^3y^3\right)dxdy;$
$D:\ x = 1,\ y = x^2,\ y = -\sqrt{x}.$

5.2 $\iint\limits_D \left(9x^2y^2 + 48x^3y^3\right)dxdy;$
$D:\ x = 1,\ y = \sqrt{x},\ y = -x^2.$

Задача 6.Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями

6.1 $y^2 - 2y + x^2 = 0,\ y^2 - 4y + x^2 = 0,$
$y = x/\sqrt{3},\ y = \sqrt{3}x.$

6.2 $x^2 - 4x + y^2 = 0,\ x^2 - 8x + y^2 = 0,$
$y = 0,\ y = x/\sqrt{3}.$

Задача 7. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями

7.1 $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2},$
$9z/2 = x^2 + y^2.$

7.2 $z = 15\sqrt{x^2 + y^2}\,/2,$
$z = 17/2 - x^2 - y^2.$

Задача 8. Найти поток векторного поля $\mathbf{a}$ через часть плоскости P, расположенную в первом октанте

8.1 $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$
$P:\ x + y + z = 1.$

8.2 $\mathbf{a} = y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$
$P:\ x + y + z = 1.$

Задача 9.Найти поток векторного поля $\mathbf{a}$ через замкнутую поверхность S

9.1 $\mathbf{a} = x^2\mathbf{i} + x\mathbf{j} + xz\mathbf{k},\ S:\ z = x^2 + y^2,\ z = 1,\ x = 0,\ y = 0$ (1 октант).

9.2 $\mathbf{a} = \left(x^2 + y^2\right)\mathbf{i} + \left(x^2 + y^2\right)\mathbf{j} + \left(x^2 + y^2\right)\mathbf{k},\ S:\ z = x^2 + y^2,\ z = 0,\ z = 1.$

Задача 10.Найти циркуляцию векторного поля $\mathbf{a}$ вдоль контура $\boldsymbol{\Gamma}$ (в направлении, соответствующем возрастанию параметра t)

10.1 $\mathbf{a} = y\mathbf{i} - x\mathbf{j} + z^2\mathbf{k},$

$$\boldsymbol{\Gamma}:\begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos t,\ y = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos t, \\ z = \sin t. \end{cases}$$

10.2 $\mathbf{a} = -x^2 y^3 \mathbf{i} + \mathbf{j} + z\mathbf{k}$,

$$\mathbf{\Gamma}: \begin{cases} x = \sqrt[3]{4}\cos t,\ y = \sqrt[3]{4}\sin t, \\ z = 3. \end{cases}$$

Ш. *Технология выполнения задания:*

Решить обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными, линейные однородные и линейные неоднородные. Решить линейные однородные и неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и уравнения допускающие понижение степени.

Используя определение двойного интеграла, теорему о сведении двойного интеграла к повторному, вычислить двойной интеграл, найти площадь плоской области.

Используя определение, элементарные свойства, основные теоремы векторного анализа - Грина, Стокса, Остроградского-Гаусса – исследовать векторные поля, вычислить поток векторного поля через замкнутую поверхность и циркуляцию векторного поля вдоль контура.

IV. *Срок выполнения расчетного задания*

По окончанию изучения модуля.

Доведение всех задач расчетного задания до правильного ответа является обязательным условием допуска к экзамену.

По результатам выполнения расчетного задания выставляется 10 баллов.

Расчетное задание «Ряды. Теория функций комплексного переменного. Элементы уравнений математической физики»

Расчетное задание выполняется в форме домашнего задания.

I. *Выполнить:*

- Исследовать на абсолютную сходимость ряд
- Найти область сходимости функционального ряда
- Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням x
- Разложить функцию в ряд Фурье на промежутке $(-\pi, \pi)$.
- Представить в алгебраической форме
- Данную функцию разложить в ряд Лорана в окрестности точки z_0
- Определить тип особой точки $z = 0$ для данной функции
- Вычислить интеграл
- Операционным методом решить задачу Коши
- Решить уравнение в частных производных

II. Исходные данные для задания:

Задача 1.Исследовать на абсолютную сходимость ряд

1.1 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\dfrac{2n+1}{n(n+1)}$

1.2 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\left(\dfrac{n}{2n+1}\right)^n$

Задача 2.Найти область сходимости функционального ряда

2.1 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(n-2)^3(x+3)^{2n}}{2n+3}$

2.2 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n (x-3)^n}{(n+1)5^n}$

Задача 3. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням x

3.1 $\frac{9}{20-x-x^2}$

3.2 $\frac{x^2}{\sqrt{4-5x}}$

Задача 4. Разложить функцию в ряд Фурье на промежутке $(-\pi, \pi)$**.**

4.1 $y=2x+1$

4.2 $y=3-4x$

Задача 5. Представить в алгебраической форме

5.1 $\sin(\pi/4+2i)$

5.2 $\cos(\pi/6+2i)$

Задача 6. Данную функцию разложить в ряд Лорана в окрестности точки z_0

6.1 $z\cos\frac{1}{z-2}, z_0=2$

6.2 $\sin\frac{z}{z-1}, z_0=1$

Задача 7. Определить тип особой точки $z=0$ **для данной функции**

7.1 $\frac{e^{9z}-1}{\sin z - z + z^3/6}$

7.2 $z^3 e^{7/z^2}$

Задача 8.Вычислить интеграл

8.1 $\oint\limits_{|z|=1/2}\frac{dz}{z(z^2+1)}$

8.2 $\oint\limits_{|z-1-i|=5/4}\frac{dz}{z^2(z-1)}$

Задача 9.Операционным методом решить задачу Коши

9.1 $y''+y=6e^{-t}, \quad y(0)=3, y'(0)=1$

9.2 $y''-y'=t^2, \quad y(0)=0, y'(0)=1$

Задача 10. Дано уравнение в частных производных

$$(-1)^n n\, u_{xx} + Au_{xy} + (n-5)u_{yy} + (n-1)u_x + (n+1)u_y + 5u = 0,$$

где n – номер по списку; $A=14$.

Опираясь на определение знакочередующегося ряда, применяя признак Лейбница исследовать на абсолютные и условную сходимость числовые ряды. Используя определение функциональных рядов, определение степенного ряда, радиуса и области сходимости вычислить радиус сходимости степенного ряда, исследовать поведение степенного ряда на концах интервала сходимости. Опираясь на определение ряда Тейлора, формулы разложение разложить элементарные функции в ряд Тейлора, используя определение ряда Фурье разложить функцию в полный и неполный ряд Фурье.

Используя определение комплексного числа, геометрическое представление комплексных чисел, тригонометрическую форму записи комплексных чисел, правила действий с комплексными числами в разной форме записи выполнить действия над комплексными числами.

Определить тип изолированной особой точки. Решить задачу Коши для обыкновенного линейного дифференциального уравнения операционным методом.

Решая дифференциальное уравнение в частных производных: записать уравнение характеристик в дифференциальной форме; записать уравнение характеристик в явной (проинтегрированной) форме; определить тип уравнения; положив A=0, исключить из уравнения первые производные u'_x, u'_y с помощью замены искомой функции вида $u(x,y)=e^{\lambda x+\mu y}\cdot v(x,y)$; записать уравнение для функции $v(x,y)$.

IV. *Срок выполнения расчетного задания*

По окончанию изучения модуля.

Доведение всех задач расчетного задания до правильного ответа является обязательным условием допуска к экзамену.

По результатам выполнения расчетного задания выставляется 10 баллов.

Промежуточная аттестация

1 семестр

Экзамен

Экзаменационный билет включает два теоретических вопросаи практическое задание.

Примеры теоретических вопросов билета:

1. Понятие матрицы. Различные виды матриц. Действия над матрицами.
2. Понятие определителя. Свойства определителя. Миноры и их алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки и по элементам столбца.
3. Понятие производной. Геометрический и физический смысл производной. Понятие дифференцируемости функции. Дифференциал.
4. Правило дифференцирования сложной функции. Логарифмическая производная. Производные гиперболических функций.
5. Производные и дифференциалы высших порядков. Параметрическое задание функции и ее дифференцирование.
6. Основные теоремы дифференциального исчисления. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя.
7. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
8. Таблица неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования.
9. Интегрирование иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических выражений. Неберущиеся интегралы.
10. Определение определенного интеграла. Свойства определенных интегралов. Суммы Дарбу. Условие существования интеграла. Классы интегрируемых функций.

Примеры практических заданий:

1. Найти произведение матриц $A\cdot B$, если

$$A=\begin{pmatrix}3 & 6\\ 2 & 1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 3 & 2\\ 0 & -1 & -1 & 1\end{pmatrix}$$

2. Даны точки $A\,(1,2,0)$, $B\,(3,2,1)$, $C\,(-2,1,2)$. Найти вектор $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}$.
3. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix}1 & 3 & 5 & 7 & 9\\ 1 & -2 & 3 & -4 & 5\\ 2 & 11 & 12 & 25 & 22\end{pmatrix}$$

4. Даны векторы $\vec{a}=\{1,-2,1\}$ и $\vec{b}=\{2,-6,3\}$. Найти косинус угла между векторами $\vec{c}=3\vec{a}-\vec{b}$ и $\vec{b}$.
5. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$.
6. Найти производную функции $y=\sqrt[3]{(1-3x)^2}$.
7. Найти производную второго порядка от функции: $y=\arcsin x$.
8. Вычислить определенный интеграл $\int\limits_1^5\dfrac{x}{1+x^2}dx$.
9. Вычислить интеграл $\int\dfrac{2x}{\sqrt{1-x^2}}dx$.
10. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=-x^2$, $x+y=0$.

Время подготовки ответа – 60 минут.

По результатам ответа на экзамене выставляется:

- 36-40 баллов, еслиправильно выполнено практическое задание, и при ответе на вопросы экзаменационного билета и на дополнительные вопросы обучающийся показал, что владеет материалом изученной дисциплины, свободно применяет свои знания для объяснения различных фактов или решения задач;
- 26-35, еслиправильно выполнено практическое задание или в нем допущено не более одной ошибки, которая была самостоятельно исправлена обучающимся, и при ответе на вопросы экзаменационного билета и на дополнительные вопросы обучающийся допускаетнегрубые ошибки;
- 20-25 баллов, если в выполненном практическом заданиидопущены грубые ошибки, которые затем исправлены обучающимся при участии экзаменатора или практическое задание не выполнено в полном объеме, но обучающийся смог довести решение до конца при участии экзаменатора, и в ответах на вопросы экзаменационного билета допущены ошибки;

– 0 баллов, еслипрактическое заданиене выполнено или не даны ответы на вопросы экзаменационного билета и не выполнены критерии для категории 20-25 баллов.

Оценка по дисциплине определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов филиала НИУ «МЭИ» в г. Волжском по совокупности результатов текущего контроля успеваемости и экзаменационнойсоставляющей.

В зависимости от количества баллов за дисциплину выставляется:

Оценка	**Количество баллов**
оценка 5 («отлично»)	90 – 100 баллов
оценка 4 («хорошо)	76 – 89 баллов
оценка 3 («удовлетворительно»)	60 – 75 баллов
оценка 2 («неудовлетворительно»)	0 – 59 баллов

2 семестр

Экзамен

Экзаменационный билет включает два теоретических вопросаи практическое задание.

Примеры теоретических вопросов билета:

1. Понятие функции двух и трех переменных. Поверхности и линии уровня.
2. Частные производные. Понятие дифференцируемости функции нескольких переменных. Полный и частный дифференциалы
3. Производная по направлению. Градиент. Производные сложных функций.
4. Производные неявно заданных функций. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
5. Понятие дифференциального уравнения. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка.
6. Уравнения с разделяющимися переменными. Линейные уравнения первого порядка: методы Лагранжа и Бернулли.
7. Уравнения первого порядка: однородные, в полных дифференциалах
8. Определение и условия существования двойного и тройного интегралов.
9. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному.
10. Координатные линии. Криволинейные координаты. Замена переменных в двойном интеграле.

Примеры практических заданий:

1. Найдите частные производные функции $z = \ln tg(xy)$.
2. Найдите $\frac{dz}{dt}$, если $z = x^2 + y^2 + xy$, $x = 2\sin t$, $y = 2\cos t$.
3. Найдите производную функции $y'(x)$, заданной неявно уравнением

   $xe^{2y} - y\ln x = 8$.
4. Найдите полный дифференциал функции $z = \sin^2 x + \cos^2 y$.
5. Найдите общее решение дифференциального уравнения $3x^2 y\,dx + 2\sqrt{4 - x^3}\,dy = 0$.
6. Решите задачу Коши: $y' = 2xe^{-x^2}$, $y(0) = 1$.
7. Найдите общее решение дифференциального уравнения $y'' = y' + x$.

8. Найдите общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

   $y^{IV}+6y'''+13y''=0$.

9. Найдите работу силового поля $\vec{F}=(x^2+3y)\vec{i}+(y+3x)\vec{j}$ при перемещении вдоль линии $L: y=1-x^2$ от точки $M(-1,0)$ к точке $N(1,0)$.

10. Найдите циркуляцию векторного поля $\vec{a}=y\vec{i}-x\vec{j}+y^2\vec{k}$ вдоль контура

   $L:\begin{cases} x=\cos t,\ y=\sin t \\ z=\sin t,\ t\in[0,2\pi] \end{cases}$.

Время подготовки ответа – 60 минут.

По результатам ответа на экзамене выставляется:

- 36-40 баллов, еслиправильно выполнено практическое задание, и при ответе на вопросы экзаменационного билета и на дополнительные вопросы обучающийся показал, что владеет материалом изученной дисциплины, свободно применяет свои знания для объяснения различных фактов или решения задач;
- 26-35, еслиправильно выполнено практическое задание или в нем допущено не более одной ошибки, которая была самостоятельно исправлена обучающимся, и при ответе на вопросы экзаменационного билета и на дополнительные вопросы обучающийся допускаетнегрубые ошибки;
- 20-25 баллов, если в выполненном практическом заданиидопущены грубые ошибки, которые затем исправлены обучающимся при участии экзаменатора или практическое задание не выполнено в полном объеме, но обучающийся смог довести решение до конца при участии экзаменатора, и в ответах на вопросы экзаменационного билета допущены ошибки;
- 0 баллов, еслипрактическое заданиене выполнено или не даны ответы на вопросы экзаменационного билета и не выполнены критерии для категории 20-25 баллов.

Оценка по дисциплине определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов филиала НИУ «МЭИ» в г. Волжском по совокупности результатов текущего контроля успеваемости и экзаменационнойсоставляющей.

В зависимости от количества баллов за дисциплину выставляется:

Оценка	**Количество баллов**
оценка 5 («отлично»)	90 – 100 баллов
оценка 4 («хорошо)	76 – 89 баллов
оценка 3 («удовлетворительно»)	60 – 75 баллов
оценка 2 («неудовлетворительно»)	0 – 59 баллов

3 семестр

Экзамен

Экзаменационный билет включает два теоретических вопросаи практическое задание.

Примеры теоретических вопросов билета:

1. Понятие числового ряда. Основные теоремы о сходящихся числовых рядах.
2. Признаки сходимости положительных рядов: признаки сравнения, Даламбера, Коши.
3. Знакочередующиеся и знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость ряда.

4. Понятие функции комплексного переменного.
5. Предел и непрерывность функции комплексного переменного. Кривые Жордана. Области.
6. Важнейшие элементарные функции комплексного переменного.
7. Производная и дифференциал. Понятие об аналитической функции.
8. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Аналитические функции.
9. Вычеты и их вычисление. Теорема Коши о вычетах и ее применение к вычислению контурных и несобственных интегралов.
10. Преобразование Лапласа. Изображение простейших функций.

Примеры практических заданий:

1. Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(6n-1)^2}$.
2. Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$.
3. Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n\sqrt{n}}$.
4. Представить в тригонометрической и показательной формах комплексное число: $z = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$.
5. Найти значение корня n -й степени из комплексного числа: $\sqrt[3]{i}$.
6. Разложить функцию $f(z) = \frac{1-\cos z}{z^4}$ в ряд Лорана.
7. Определить характер особой точки: $f(z) = e^{-1/z^2}, \quad z_0 = 0$.
8. Вычислить интеграл, используя теорему Коши о вычетах: $\int\limits_{|z|=1} \frac{e^z}{z^2+2z} dz$.
9. Решить дифференциальное уравнение в частных производных: $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \cos x$.
10. Решить дифференциальное уравнение в частных производных: $\frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} = 0$.

Время подготовки ответа – 60 минут.

По результатам ответа на экзамене выставляется:

– 36-40 баллов, еслиправильно выполнено практическое задание, и при ответе на вопросы экзаменационного билета и на дополнительные вопросы обучающийся показал, что владеет материалом изученной дисциплины, свободно применяет свои знания для объяснения различных фактов или решения задач;
– 26-35, еслиправильно выполнено практическое задание или в нем допущено не более одной ошибки, которая была самостоятельно исправлена обучающимся, и при ответе

на вопросы экзаменационного билета и на дополнительные вопросы обучающийся допускаетнегрубые ошибки;

- 20-25 баллов, если в выполненном практическом заданиидопущены грубые ошибки, которые затем исправлены обучающимся при участии экзаменатора или практическое задание не выполнено в полном объеме, но обучающийся смог довести решение до конца при участии экзаменатора, и в ответах на вопросы экзаменационного билета допущены ошибки;
- 0 баллов, еслипрактическое заданиене выполнено или не даны ответы на вопросы экзаменационного билета и не выполнены критерии для категории 20-25 баллов.

Оценка по дисциплине определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов филиала НИУ «МЭИ» в г. Волжском по совокупности результатов текущего контроля успеваемости и экзаменационнойсоставляющей.

В зависимости от количества баллов за дисциплину выставляется:

Оценка	**Количество баллов**
оценка 5 («отлично»)	90 – 100 баллов
оценка 4 («хорошо)	76 – 89 баллов
оценка 3 («удовлетворительно»)	60 – 75 баллов
оценка 2 («неудовлетворительно»)	0 – 59 баллов